



Ana Rita da Silva Joaquim
Licenciada

Ensaaios Dinâmicos de Caracterização da Força Axial em Cabos Pré-tensionados

Dissertação para obtenção do Grau de Mestre
em Engenharia Civil - Perfil Estruturas

Orientador: Professor Doutor Corneliu Cismasiu,
Professor Associado, FCT/UNL

Co-orientador: Engenheiro Carlos Filipe Sanches Pimentel,
Ex-Engenheiro IP

Júri:

Presidente: Doutor António Lopes Batista
Arguente: Doutora Elsa de Sá Caetano
Vogal: Doutor Corneliu Cismasiu

Ensaio Dinâmico de Caracterização da Força Axial em Cabos Pré-tensionados

“Copyright” Ana Rita da Silva Joaquim, FCT/UNL e UNL

A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa tem o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio conhecido ou que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objetivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor.

Aos meus pais

Agradecimentos

No período de realização de todo o trabalho que culminou neste documento, tive a oportunidade e a felicidade de contar com a ajuda e o apoio de várias pessoas a quem quero deixar os mais sinceros agradecimentos.

Ao meu orientador, Professor Corneliu Cismasiu, agradeço toda a disponibilidade e atenção que me foi concedida ao longo dos meses, toda a paciência no acompanhamento e esclarecimento das minhas dúvidas, e todo o incentivo que nunca deixou de me dar para que continuasse o meu trabalho. Agradeço todos os conhecimentos e conselhos que me foram dados, a orientação exemplar e o melhor tema que poderia ter estudado.

Às Infraestruturas de Portugal gostaria de agradecer a colaboração na dissertação, a pronta disponibilização e apoio no acesso à Ponte Salgueiro Maia e todas as informações fornecidas que permitiram levar a cabo o estudo realizado.

Ao Engenheiro Carlos Pimentel, co-orientador da dissertação, não poderia deixar de agradecer a boa vontade com que sempre se disponibilizou para me ouvir e esclarecer as minhas dúvidas, as sugestões e conhecimentos que me transmitiu em cada conversa e a importante ajuda prestada no caso de estudo.

Gostaria também de agradecer ao Professor Filipe Pimentel, que participou desde o início de uma forma ativa na dissertação, prestando um apoio precioso na preparação e duração da campanha experimental e ainda na realização da modelação numérica.

À Professora Elsa Caetano, agradeço a disponibilidade e simpatia com que me recebeu no Porto, a paciência e cuidado com que esclareceu as minhas dúvidas e os importantes conhecimentos e sugestões que me transmitiu. Agradeço ainda o incentivo e as palavras de confiança.

O apoio da família e dos amigos foi também essencial durante a execução da dissertação. A eles, deixo a minha gratidão pela compreensão que demonstraram na minha ausência e as palavras de incentivo que nunca deixaram de dizer. À Sara, não posso deixar de agradecer a grande amizade e as palavras experientes de motivação, que surgiam sempre nas alturas mais precisas. Ao Sérgio e à Joana, agradeço a alegria que me distraía e permitia voltar a ser apenas a irmã mais velha. Ao André, agradeço a paciência, a cumplicidade, os sorrisos e a força que sempre me transmitiu ao longo do nosso percurso.

Finalmente, a quem as palavras nunca poderão demonstrar a minha verdadeira gratidão, agradeço aos meus pais, Glória e Mário, por tudo.

Resumo

A determinação da força instalada em cabos e tirantes a partir de ensaios de vibração ambiental é uma técnica de monitorização que tem vindo a ser muito utilizada nas últimas décadas.

A metodologia baseia-se na teoria das cordas vibrantes que permite relacionar as frequências naturais de uma corda com a força nela instalada.

Com o desenvolvimento tecnológico e o volume de cabos e tirantes de estruturas de Engenharia Civil que foram estudados ao longo dos anos, a determinação das forças instaladas nestes elementos estruturais através de ensaios de vibração ambiental, é reconhecida pela comunidade científica como uma técnica experimental expedita, que produz resultados bastante satisfatórios. Desta forma, a metodologia referida apresenta um ponto de interesse na monitorização de estruturas que não possuem instrumentação pré-instalada capaz de indicar as forças nos seus elementos.

Neste contexto, e com a colaboração das Infraestruturas de Portugal, a técnica descrita foi estudada a partir do ensaio a cabos de pré-esforço exterior e tirantes da Ponte Salgueiro Maia em Santarém. Os resultados obtidos foram validados e verificados com sucesso a partir de informações presentes no projeto da ponte, de medições fornecidas por células de carga nos tirantes e ainda através de modelação numérica.

Palavras chave:

Monitorização Estrutural, Vibração Ambiental, Força Axial Instalada, Tirantes, Cabos de Pré-esforço, Corda Vibrante

Abstract

The determination of the installed tensile force in cables, based on ambient vibration measurements, has been widely used over the last decades.

This methodology is based on the vibrating chord theory which relates the natural vibrating frequencies of the chord with the installed tensile force.

Due to the advances in technology and the expertise gain over the years in studying structural cables, the assessment of the installed tensile force in cables using vibration measurements is, nowadays, accepted by the scientific community as an accurate and expedite experimental technique. Therefore the methodology is widely used to assess the tensile force of structural elements that do not have pre-installed instrumentation for continuing monitoring.

In this context, and with the collaboration of Infraestruturas de Portugal, the described technique was applied to several pre-stress and stay cables of Salgueiro Maia Bridge in Santarém. The results were successfully compared and validated using design force information, measurements provided by pre-installed load cells and results of numerical modelling.

Keywords:

Structural Monitoring, Ambient Vibration Tests, Installed Tensile Force, Stay-cables, Pre-stressed Cables, Vibrating Chord

Índice de Matérias

Copyright	i
Agradecimentos	v
Resumo	vii
Abstract	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas	xvii
1 Introdução	1
1.1 Enquadramento do Tema	1
1.2 Estado da Arte	2
1.3 Objetivos e Conteúdos da Dissertação	6
2 Conceitos Teóricos e Técnicas Experimentais	7
2.1 Considerações Iniciais	7
2.2 Formulações Teóricas	7
2.2.1 Teoria das Cordas Vibrantes	7
2.2.2 Formulação Corretiva da Teoria das Cordas Vibrantes	10
2.3 Definição dos Parâmetros	11
2.3.1 Comprimento Livre de Vibração	12
2.3.2 Módulo de Elasticidade	13
2.3.3 Momento de Inércia da Secção	13
2.4 Técnica Experimental	14
2.5 Conclusão	17
3 Caso de Estudo: Ponte Salgueiro Maia	21
3.1 Considerações Iniciais	21
3.2 Ponte Salgueiro Maia	21
3.2.1 Descrição geral	21
3.3 Caracterização dos Elementos de Estudo	23
3.3.1 Cabos de pré-esforço exterior	23
3.3.2 Tirantes	25
3.4 Estimativa das Frequências Naturais Esperadas	33
3.4.1 Cabos de pré-esforço exterior	33

3.4.2	Tirantes	34
3.5	Campanha experimental	36
3.5.1	Descrição e Objetivos das Visitas	36
3.5.2	Sistemas de Ensaio	38
3.5.3	Procedimentos de Ensaio	38
3.6	Determinação das Forças Instaladas	41
3.6.1	Cabos de pré-esforço exterior	43
3.6.2	Tirantes	48
3.7	Conclusão	57
4	Conclusões	61
4.1	Conclusões Gerais	61
4.2	Perspetivas de Desenvolvimento Futuro	62
	Referências bibliográficas	65
A	Algoritmos	69
A.1	Algoritmos desenvolvidos aplicados em <i>MATLAB</i>	69
B	Gráficos de Apoio	77
B.1	Sinais Registados e Identificação Modal	77
B.2	Retas e Curvas de Ajuste	88
C	Modelação Numérica	101
C.1	Modelação Numérica em Elementos Finitos	101

Índice de Figuras

1.1	Estruturas modernas com cabos e tirantes	1
1.2	Monitorização da força instalada em cabos e tirantes	2
1.3	Afastamento das frequências fundamentais experimentais da relação linear da equação da teoria das cordas vibrante	3
1.4	Representação das frequências naturais de um cabo com o número do modo	5
2.1	Perturbação transversal numa corda	8
2.2	Comportamento das ondas estacionárias	9
2.3	Pormenor da zona de ancoragem típica nos tirantes de pontes atirantadas	12
2.4	Resultado da aplicação da FFT	15
2.5	Fixação de acelerómetros aos cabos ou tirantes de ensaio	17
2.6	Ensaio de vibração ambiental com recurso a LDV	18
2.7	Comparação da identificação modal a partir de medições com acelerómetro e com laser	18
3.1	Ponte Salgueiro Maia	21
3.2	Alçado e planta da Ponte Salgueiro Maia	22
3.3	Corte transversal do tabuleiro da Ponte Salgueiro Maia	22
3.4	Cabos de pré-esforço exterior e tirantes metálicos no interior do tabuleiro	23
3.5	Cabos de pré-esforço exterior admitidos	24
3.6	Secção dos tirantes da <i>Freyssinet</i>	25
3.7	Disposição admitida para os cordões autoprottegidos	26
3.8	Dimensões e ângulos fornecidos a partir dos desenhos do projeto	27
3.9	Tirante tipo	30
3.10	Posicionamento dos desviadores	30
3.11	Acesso vertical e iluminação interior do tabuleiro da ponte	36
3.12	Corte do tabuleiro da ponte na zona de ensaio da primeira visita	36
3.13	Comparação dos espetros de resposta do tirante T18t das duas primeiras visitas	37
3.14	Sistema de ensaio utilizado da primeira visita	38
3.15	Sistema de ensaio utilizado da segunda e terceira visitas	39
3.16	Ligação do acelerómetro aos elementos na primeira visita à Ponte Salgueiro Maia	40
3.17	Posicionamento do sistema de ensaio na segunda e terceira visitas	41

3.18	Ligação do acelerómetro ao tirante na segunda e terceira visitas . . .	41
3.19	Comparação dos espectros de resposta para o tirante T18t após 20 minutos e 10 minutos de ensaio	42
3.20	Superfícies resultantes dos algoritmos aplicados em <i>MATLAB</i>	43
3.21	Numeração dos cabos de pré-esforço exterior ensaiados	44
3.22	Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 2	44
3.23	Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para os cabos de pré-esforço exterior	45
3.24	Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o cabo de pré-esforço número dois	46
3.25	Verificação e validação dos resultados para o cabo de pré-esforço 2	48
3.26	Sinal registado e identificação modal do tirante T15t	49
3.27	Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para o tirante T15t	49
3.28	Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o tirante T15t	50
3.29	Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e L para o tirante T15t	51
3.30	Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o tirante T18t	51
3.31	Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para o tirante T18t	52
3.32	Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e L para o tirante T18t	53
3.33	Ajuste às frequências experimentais para o tirante T05t	53
3.34	Posicionamento do acelerómetro no tirante T01t	54
3.35	Representação da força instalada nos tirantes	56
3.36	Verificação e validação dos resultados para o tirante T18t	57
3.37	Verificação e validação dos resultados para o tirante T01t	58
3.38	Verificação e validação dos resultados para o tirante T02t	58
A.1	Diagrama esquemático dos algoritmos desenvolvidos	70
A.2	Superfície de Δ^2 obtida a partir da aplicação do algoritmo A	71
A.3	Superfície de Δ^2 obtida a partir da aplicação do algoritmo B	72
B.1	Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 1	77
B.2	Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 2	78
B.3	Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 3	78
B.4	Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 4	79
B.5	Sinal registado e identificação modal do tirante T01t	79
B.6	Sinal registado e identificação modal do tirante T02t	80
B.7	Sinal registado e identificação modal do tirante T03t	80
B.8	Sinal registado e identificação modal do tirante T04t	81
B.9	Sinal registado e identificação modal do tirante T05t	81
B.10	Sinal registado e identificação modal do tirante T06t	82
B.11	Sinal registado e identificação modal do tirante T07t	82
B.12	Sinal registado e identificação modal do tirante T08t	83
B.13	Sinal registado e identificação modal do tirante T09t	83
B.14	Sinal registado e identificação modal do tirante T10t	84
B.15	Sinal registado e identificação modal do tirante T11t	84
B.16	Sinal registado e identificação modal do tirante T12t	85

B.17 Sinal registado e identificação modal do tirante T13t	85
B.18 Sinal registado e identificação modal do tirante T14t	86
B.19 Sinal registado e identificação modal do tirante T15t	86
B.20 Sinal registado e identificação modal do tirante T16t	87
B.21 Sinal registado e identificação modal do tirante T17t	87
B.22 Sinal registado e identificação modal do tirante T18t	88
B.23 Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esfoço 1 . .	89
B.24 Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esfoço 2 . .	89
B.25 Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esfoço 3 . .	90
B.26 Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esfoço 4 . .	90
B.27 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T01t	91
B.28 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T02t	91
B.29 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T03t	92
B.30 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T04t	92
B.31 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T05t	93
B.32 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T06t	93
B.33 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T07t	94
B.34 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T08t	94
B.35 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T09t	95
B.36 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T10t	95
B.37 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T11t	96
B.38 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T12t	96
B.39 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T13t	97
B.40 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T14t	97
B.41 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T15t	98
B.42 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T16t	98
B.43 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T17t	99
B.44 Ajuste às frequências experimentais para o tirante T18t	99
C.1 Modelação numérica dos tirantes no SAP2000	102

Índice de Tabelas

3.1	Massa por unidade de comprimento m para os cabos de pré-esforço	24
3.2	Momentos de inércia para os cabos de pré-esforço	25
3.3	Massas por unidade de comprimento fornecidas pelo projetista	26
3.4	Massas por unidade de comprimento para cada tirante	26
3.5	Dimensões e ângulo β do bloco de ancoragem do tabuleiro	28
3.6	Valores do ângulo que os tirantes fazem com o eixo do pilar	28
3.7	Definição do comprimento total dos tirantes	29
3.8	Definição das distâncias aos desviadores inferior e superior	31
3.9	Comprimento de vibração livre dos tirantes	32
3.10	Momentos de Inércia para os tirantes	32
3.11	Estimativa do módulo de elasticidade equivalente dos cabos de pré-esforço	33
3.12	Parâmetros ζ e λ^2 estimados para os cabos de pré-esforço	34
3.13	Frequências naturais estimadas para os cabos de pré-esforço	34
3.14	Rigidez de flexão EI para os tirantes T02t e T15t	35
3.15	Parâmetros ζ e λ^2 para os tirantes T02t e T15t	35
3.16	Frequências naturais estimadas para os tirantes T02t e T15t	35
3.17	Características gerais dos acelerômetros	39
3.18	Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o cabo de pré-esforço 2	45
3.19	Influência dos efeitos da rigidez de flexão na determinação das forças instaladas nos cabos de pré-esforço	47
3.20	Forças instaladas nos cabos de pré-esforço e respetiva incerteza	47
3.21	Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o tirante T15t	48
3.22	Parâmetros introduzidos no algoritmo B para o tirante T15t	50
3.23	Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o tirante T18t	51
3.24	Forças instaladas nos 18 tirantes	55
3.25	Comparação da força estimada com a medida em 2010 a partir de células de carga	55
A.1	Cálculo dos parâmetros dependentes nos algoritmos A e B	71

Capítulo 1

Introdução

1.1 Enquadramento do Tema

Um pouco por todo o mundo é possível observar que a tendência na Engenharia Civil passa pela construção de estruturas cada vez mais leves, de grande esbelteza, capazes de atingir maiores dimensões, com *designs* cada vez mais inovadores e apelativos. A utilização do cabo como parte do sistema estrutural veio ajudar a potenciar esta tendência. A figura 1.1 apresenta dois exemplos ilustrativos: o estádio Moses Mabhida, inaugurado em 2010 em Durban, na África do Sul (figura 1.1 (a)) e a ponte Qianximen sobre o rio Jialing, inaugurada em 2014 na China (figura 1.1 (b)).



(a) Estádio Moses Mabhida, 2009 [37]



(b) Ponte Qianximen, 2014 [35]

Figura 1.1: Estruturas modernas com cabos e tirantes

A geometria e o comportamento dos cabos, assim como o comportamento global da estrutura, são fortemente influenciados pela força instalada em cada um destes elementos. Desta forma, a monitorização das forças existentes nos cabos é fundamental, tanto durante a construção das estruturas como na sua fase de serviço.

Nas últimas décadas, a monitorização da força instalada em cabos e tirantes a partir de ensaios de vibração ambiental (AVT) tem suscitado um grande interesse. Os ensaios são considerados bastante expeditos, uma vez que a partir da medição das vibrações de um cabo, é possível aferir a força nele instalada

através de formulações simples com resultados que, segundo a bibliografia, são suficientemente satisfatórios.

A caracterização das forças nos cabos a partir de ensaios AVT é uma metodologia útil não só para fases construtivas, em que a monitorização das forças é recorrente (figura 1.2 (a)), como para situações de serviço em que não exista instrumentação prévia nos cabos capaz de aferir a força instalada, e em que se pretenda conhecer o comportamento real da estrutura de forma a verificar as condições de segurança ou detetar anomalias (figura 1.2 (b)).



(a) Cabos temporários na construção da ponte Infante D. Henrique, Porto [5]

(b) Tirantes da ponte Vostbridge, Linz, Áustria [15]

Figura 1.2: Monitorização da força instalada em cabos e tirantes nas fases de construção e de serviço de estruturas

A presente dissertação de mestrado vai incidir no estudo da determinação da força instalada em cabos através desta metodologia, apresentando os fundamentos teóricos em que se baseia e algumas das particularidades e dificuldades encontradas na sua aplicação a um caso de estudo.

1.2 Estado da Arte

A determinação da força instalada em cabos através de ensaios de vibração ambiental baseia-se na teoria das cordas vibrantes.

A teoria das cordas vibrantes [24] resulta do estudo da propagação de ondas numa corda horizontal tracionada, fixa em ambas as extremidades, e permite relacionar as frequências naturais de vibração f_i dos modos i com a força N nela instalada.

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \quad (1.1)$$

A equação (1.1) que descreve esta teoria é bastante simples e a sua dedução de fácil compreensão, no entanto implica simplificações que poderão não ser admissíveis quando aplicadas ao caso dos cabos de estruturas de Engenharia Civil: considera o comprimento L do cabo e a sua massa distribuída por unidade de comprimento m , no entanto, despreza a rigidez de flexão da secção transversal e a curvatura resultante do seu peso próprio.

Segundo a bibliografia [4], as primeiras aplicações conhecidas da teoria das cordas vibrantes com o intuito de estimar a força instalada em cabos de estruturas de Engenharia Civil devem-se a Mars e Hardy [22] e Robert e os seus colaboradores [27]. Desde então, inúmeras conclusões têm sido retiradas sobre a aplicabilidade da teoria descrita pela equação (1.1) a cabos e tirantes nesta área de estudos.

Inicialmente, a frequência utilizada na determinação da força a partir da teoria das cordas vibrantes era a frequência do primeiro modo de vibração no plano vertical do cabo, por ser a mais fácil de obter. Contudo, os resultados não eram satisfatórios [15]. Irvine [18], que se dedicou ao estudo do comportamento de estruturas com cabos, explica que nos modos simétricos, como o primeiro modo de vibração, é gerada uma força adicional durante o movimento do cabo, que tende a diminuir com o aumento da ordem do modo. A frequência do primeiro modo de vibração determinada experimentalmente deixou então de ser utilizada [15]. Consequentemente, foram adotadas duas abordagens com o objetivo de determinar uma frequência, introduzida como frequência idealizada f_{1s} , que será a frequência a utilizar na determinação da força a partir da equação (1.1) com $i = 1$. A primeira abordagem consiste em utilizar a frequência do primeiro modo anti-simétrico $i = 2$ e a relação linear da equação da teoria das cordas vibrantes para determinar a correspondente f_{1s} . A segunda abordagem segue o mesmo raciocínio mas aplica-o aos primeiros 5 a 10 modos de vibração. A frequência idealizada f_{1s} seria a média dos valores obtidos [15].

Com o aumento do número de cabos e tirantes estudados a partir de ensaios AVT, percebeu-se também que, em alguns casos, as frequências naturais de modos superiores tendem a afastar-se da relação linear da equação da teoria das cordas vibrantes. Na figura 1.3 é possível observar essa tendência, em que os pontos isolados representam as frequências determinadas experimentalmente.

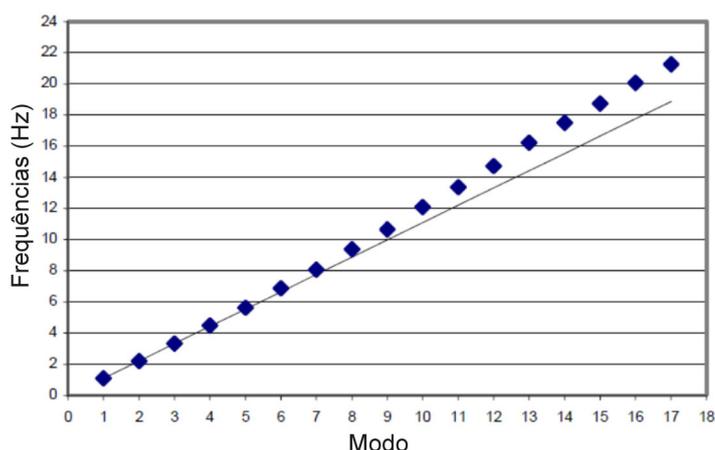


Figura 1.3: Afastamento das frequências fundamentais experimentais da relação linear da equação da teoria das cordas vibrantes (adaptado de [15])

O afastamento progressivo das frequências naturais de um cabo em relação à teoria das cordas vibrantes resulta da importância que a rigidez de flexão EI

representa no comportamento do cabo. Segundo Caetano [4], os autores Mars e Hardy [22] e Robert e os seus colaboradores [27] concluíram que a aplicação da equação da teoria das cordas vibrantes é válida nos cabos de engenharia civil desde que o seu comprimento não seja demasiado curto. Para os cabos curtos, a rigidez de flexão apresenta uma influência considerável nos resultados. Desta forma pode afirmar-se que o comportamento dos cabos se situa entre os casos de uma corda fixa em ambas as extremidades, quando o seu comprimento é longo o suficiente, e uma viga encastrada com rigidez de flexão EI , quando o cabo é demasiado curto [15].

A frequência de vibração para o caso de uma viga encastrada em ambas as extremidades foi apresentada por Morse e Ingard [24] e é dada por

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \left[1 + 2\sqrt{\frac{EI}{NL^2}} + \left(4 + \frac{i^2\pi^2}{2} \right) \frac{EI}{NL^2} \right] \quad (1.2)$$

É possível perceber pela equação (1.2) que se a influência da rigidez de flexão EI for desprezável quando comparada com NL^2 , a equação anterior fica reduzida à equação da teoria das cordas vibrantes.

Se se introduzir o parâmetro ζ como o parâmetro normalizado da rigidez de flexão dado por

$$\zeta = \sqrt{\frac{NL^2}{EI}} \quad (1.3)$$

a equação (1.2) pode ser reescrita na forma

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \left[1 + \frac{2}{\zeta} + \left(4 + \frac{i\pi^2}{2} \right) \frac{1}{\zeta^2} \right] \quad (1.4)$$

em que o desvio desta formulação relativamente à equação da teoria das cordas vibrantes é dado pela parcela

$$\varepsilon_{EI}^i = \frac{2}{\zeta} + \left(4 + \frac{i\pi^2}{2} \right) \frac{1}{\zeta^2} \quad (1.5)$$

Admitindo que os efeitos da rigidez de flexão são desprezáveis sempre que ε_{EI}^i é inferior a 5% para os primeiros cinco modos de vibração [4], tem-se que estes efeitos serão desprezáveis sempre que $\zeta \geq 50$. Nestes casos, poderá aplicar-se a formulação da teoria das cordas vibrantes conforme a equação (1.1).

Graficamente, é também possível observar se os efeitos da rigidez de flexão serão ou não importantes na determinação da força instalada. Através de um gráfico como o da figura 1.4, em que os pontos representam as primeiras frequências naturais do cabo medidas experimentalmente, se o desvio da curva de ajuste às frequências experimentais é muito pequeno relativamente à reta tangente à curva na origem - menos de 0,6% para o sétimo modo de vibração [4] - então os efeitos da rigidez de flexão são considerados desprezáveis.

Um outro parâmetro que aparece muitas vezes associado à validade de aplicação da teoria das cordas vibrantes é o parâmetro de Irvine λ^2 , introduzido pelo próprio em [18]. Este parâmetro, que será definido com maior detalhe no

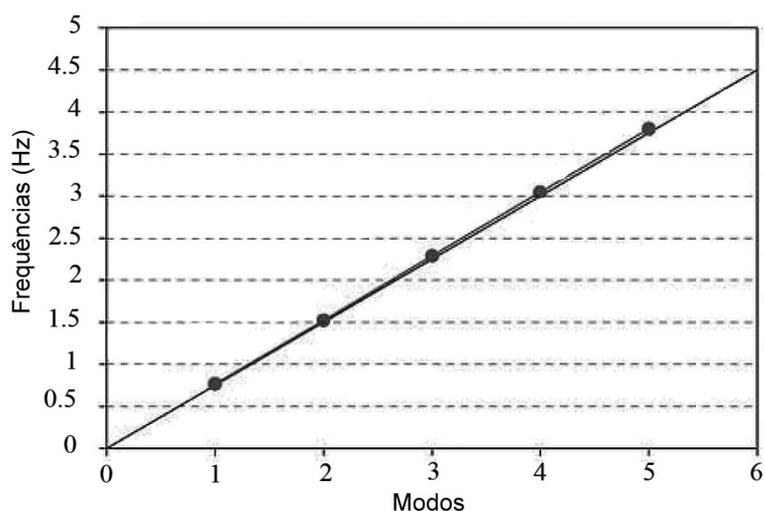


Figura 1.4: Representação das frequências naturais de um cabo com o número do modo (adaptado de [4])

ponto 2.2.2, está relacionado com a curvatura dos cabos, que até agora não tinha sido considerada.

Mehrabi e Tabatabai [23] desenvolveram uma formulação que, para além de considerar a rigidez de flexão dos cabos, tem também em conta a flecha devida ao seu peso próprio. Esta formulação é função do parâmetro normalizado da rigidez de flexão ζ e do parâmetro de Irvine λ^2 , e será também sobre ela que incidirá o ponto 2.2.2 da presente dissertação de mestrado.

Os estudos de Mehrabi e Tabatabai levaram os autores a concluir que a formulação desenvolvida é mais precisa nos casos em que λ^2 é inferior a 3,1 e ζ superior a 50. Tal acontece em 95% dos tirantes de pontes atirantadas de todo o mundo [23]. Concluíram também que os modos anti-simétricos não são afetados pela curvatura dos cabos e que, para os modos simétricos, os efeitos são cada vez mais desprezáveis com o aumento do modo. Desta forma, para modos que não o primeiro modo de vibração, a formulação reduz-se à equação (1.4) que considera apenas os efeitos da rigidez de flexão.

É de notar que, apesar de existirem metodologias que não consideram o primeiro modo, a frequência fundamental de vibração reflete numa maior extensão os efeitos associados às condições de fronteira, flecha e extensibilidade do cabo [5], pelo que o seu valor pode ser importante para definir com maior rigor o comportamento do elemento.

Ainda relativamente aos tirantes de pontes atirantadas, Caetano e Cunha [6] referem que a teoria das cordas vibrantes, conforme a equação (1.1), produz resultados bastante precisos quando os tirantes têm comprimentos entre os 50 e os 200 metros. Tal é justificado pelo facto de estes tirantes terem geralmente uma tensão instalada de pelo menos 500 MPa, ζ com valores superiores a 100, um parâmetro de Irvine λ^2 usualmente inferior a 0,5 e erros associados à definição do

comprimento livre de vibração¹ desprezáveis relativamente ao seu comprimento total. Os autores alertam ainda que as principais dificuldades na aplicação das formulações teóricas estão na definição dos parâmetros necessários à sua aplicação, sublinhando a importância da determinação dos erros que poderão estar associados à sua definição e o grau de incerteza na determinação da força instalada.

Para além dos tirantes de pontes atirantadas, a caracterização da força axial a partir de ensaios de vibração ambiental já foi utilizada com sucesso em cabos temporários de construção, cabos de coberturas e cabos de pré-esforço exterior [2, 6].

É importante ainda referir que, tal como acontece atualmente em muitos dos problemas de Engenharia Civil, a modelação numérica representa uma ferramenta muito importante na verificação e validação dos resultados obtidos pelas formulações teóricas, principalmente nos casos em que existam incertezas na definição dos parâmetros envolvidos ou naqueles que não se enquadrem nos condicionalismos até agora descritos.

Um outro aspeto que se deve salientar é que as formulações até agora introduzidas foram deduzidas a partir do pressuposto que o cabo tem os seus apoios à mesma cota. A extensão da aplicação das formulações a casos de cabos inclinados deve-se a Irvine que concluiu que, apesar das equações perderem precisão com o aumento do ângulo de inclinação do cabo, para o caso comum de ângulos que não excedem os 60°, a validade das formulações mantém-se [18].

1.3 Objetivos e Conteúdos da Dissertação

A presente dissertação de mestrado tem como principal objetivo o estudo da caracterização da força instalada em cabos e tirantes a partir de ensaios dinâmicos de vibração ambiental, recorrendo à aplicação prática da metodologia ao caso de estudo da Ponte Salgueiro Maia, em Santarém.

No capítulo 1 foi apresentado o enquadramento da dissertação no contexto atual da Engenharia Civil e os desenvolvimentos mais relevantes presentes na bibliografia que serviram de base ao estudo apresentado nos capítulos seguintes.

No capítulo 2 pretende-se dar a conhecer com maior detalhe as formulações teóricas que possibilitam a determinação das forças instaladas a partir dos ensaios AVT, assim como as particularidades e considerações necessárias a ter em conta na definição dos parâmetros envolvidos e na técnica experimental.

No capítulo 3 apresenta-se o caso de estudo da Ponte Salgueiro Maia, em que foram aplicados os conhecimentos estudados a 4 cabos de pré-esforço exterior e 18 tirantes. Todo o processo de determinação das forças instaladas nos elementos ensaiados é devidamente apresentado, desde a fase experimental à aplicação das formulações teóricas, e ainda à realização de modelações numéricas de forma a verificar e validar os resultados obtidos.

Finalmente, no capítulo 4, apresentam-se as conclusões retiradas do trabalho desenvolvido e perspetivas de desenvolvimentos futuros.

¹Comprimento em que não existem restrições à vibração do elemento, definido no ponto 2.3.1

Capítulo 2

Conceitos Teóricos e Técnicas Experimentais

2.1 Considerações Iniciais

A determinação das forças instaladas em cabos e tirantes a partir de ensaios de vibração ambiental tem suscitado um grande interesse. Os resultados bastante satisfatórios obtidos através de ensaios expeditos são as principais razões para esse facto.

No presente capítulo pretende-se dar a conhecer um pouco mais sobre esta técnica, desde a sua fase experimental até à definição dos parâmetros necessários para a aplicação das formulações teóricas que têm vindo a ser utilizadas.

O estudo elaborado na presente dissertação de mestrado incidiu sobre a formulação da teoria das cordas vibrantes e nas correções introduzidas por Mehrabi e Tabatabai. Desta forma, ambas as formulações serão devidamente introduzidas e sucintamente explicadas.

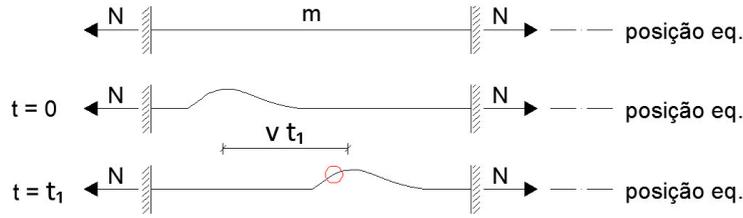
2.2 Formulações Teóricas

2.2.1 Teoria das Cordas Vibrantes

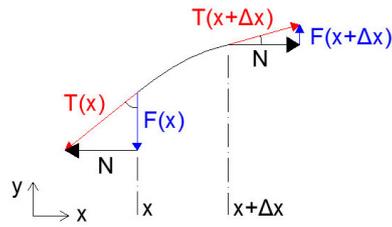
A teoria das cordas vibrantes resulta do estudo da propagação de ondas numa corda de secção transversal desprezável com massa uniformemente distribuída m , posicionada horizontalmente. Considerando a ausência da força da gravidade, ou de outras forças atuantes, a sua posição de equilíbrio será uma linha reta.

Através da simples observação do comportamento de cordas percebe-se que ao ser aplicada uma perturbação transversal, essa perturbação será propagada ao longo do seu comprimento (figura 2.1 (a)).

Se a perturbação tiver uma amplitude relativamente pequena, a equação que descreve o movimento da corda será a equação diferencial (2.1), obtida a partir do equilíbrio de forças num segmento perturbado da corda (figura 2.1 (b)).



(a) Propagação da perturbação ao longo do comprimento do cabo



(b) Equilíbrio de forças no segmento de corda perturbado

Figura 2.1: Perturbação transversal numa corda

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \quad (2.1)$$

Na equação anterior v é a velocidade de propagação de onda que, para o caso particular da corda tracionada com uma força N com massa uniformemente distribuída m , é dada por

$$v = \sqrt{\frac{N}{m}} \quad (2.2)$$

Para uma corda de comprimento finito L fixa em ambas as extremidades, a imposição das condições de fronteira e a reflexão sucessiva das ondas nas extremidades leva a que a solução da equação (2.1) seja a função da onda estacionária [24]. A forma geral dessas ondas é dada pela equação (2.3), obtida a partir da sobreposição de ondas progressivas em sentidos opostos.

$$y(x, t) = y_M \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (2.3)$$

Na expressão anterior y_M é a amplitude da oscilação, k é o número de onda e ω a frequência angular.

Substituindo a expressão (2.3) na equação de onda (2.1) obtém-se a relação

$$v = \frac{\omega}{k} \quad (2.4)$$

Relembrando as relações que existem entre o número de onda k , o comprimento de onda λ , a frequência angular ω , o período de oscilação T e a frequência de oscilação f ,

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad , \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{e} \quad T = \frac{1}{f}$$

pode escrever-se

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad (2.5)$$

Através da observação gráfica do comportamento das ondas estacionárias para diferentes instantes t (figura 2.2), percebe-se que existem pontos cujas amplitudes de oscilação são sempre nulas e pontos cujas amplitudes são sempre máximas. Esses pontos são chamados nodos e anti-nodos, respetivamente.

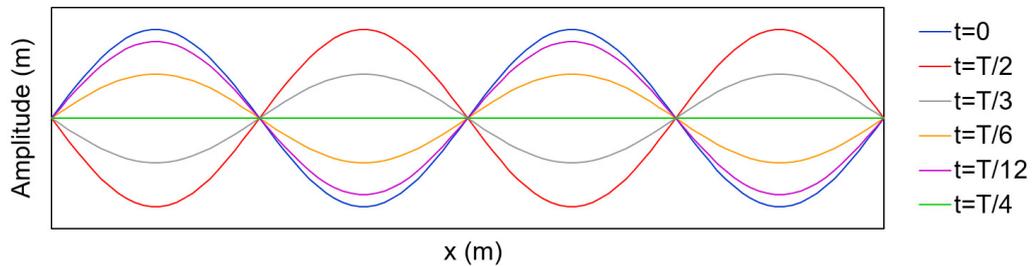


Figura 2.2: Comportamento das ondas estacionárias ao longo de x para diferentes instantes t

Quando $kx = \pi i$, com $i = 0, 1, 2, 3, \dots$, a função seno toma o valor zero, e portanto a amplitude de oscilação é nula. Sabendo que nas extremidades esta condição tem de se verificar, é possível escrever a seguinte relação:

$$L = \frac{\pi i}{k} = \frac{i}{2} \lambda \quad (2.6)$$

A equação (2.6) indica que existem i modos de oscilação da corda compatíveis com a distância L entre pontos de fixação. Através da relação (2.5) a expressão anterior pode ser escrita em função das frequências de oscilação de cada modo através de

$$f_i = \frac{i}{2L} v \quad (2.7)$$

Sabendo que a velocidade de propagação de onda v é dada pela expressão (2.2), tem-se a equação da teoria das cordas vibrantes

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \quad (2.8)$$

onde,

f_i é a frequência natural de vibração do modo i (Hz)

L o comprimento da corda (m)

N a força instalada na corda (N)

m a massa por unidade de comprimento (kg/m)

2.2.2 Formulação Corretiva da Teoria das Cordas Vibrantes

Ao aplicar a teoria das cordas vibrantes aos cabos e tirantes de estruturas de Engenharia Civil percebeu-se que as simplificações consideradas na sua dedução poderão não ser sempre desprezáveis.

Como referido no ponto 1.2, a rigidez de flexão da secção transversal e a curvatura dos cabos resultante do peso próprio podem apresentar uma grande influência na determinação da força instalada.

De forma a contornar os erros que possam estar associados à utilização da teoria das cordas vibrantes nos casos em que a rigidez de flexão e a curvatura dos cabos têm efeitos importantes, várias formulações corretivas foram desenvolvidas e estudadas.

A formulação corretiva derivada por Mehrabi e Tabatabai é indicada na bibliografia [6] como um desenvolvimento importante na determinação das forças instaladas em cabos e tirantes a partir da identificação experimental das suas frequências naturais.

Esta formulação inclui simultaneamente os efeitos que possam estar associados à rigidez de flexão da secção transversal dos cabos e os efeitos causados pela sua curvatura.

Relembrando o que já foi introduzido no estado da arte, os efeitos da rigidez de flexão traduzem-se pelo desvio progressivo das frequências naturais do cabo da tendência linear da equação da teoria das cordas vibrantes, conforme foi ilustrado na figura 1.3.

Este efeito é bastante importante nos cabos e tirantes com comprimento relativamente curto, e o fator corretivo associado depende essencialmente do parâmetro normalizado de rigidez de flexão ζ , dado por

$$\zeta = \sqrt{\frac{NL^2}{EI}} \quad (2.9)$$

em que EI é a rigidez de flexão da secção transversal do cabo.

Ao contrário do que acontece com a rigidez de flexão, cujos efeitos aumentam com a ordem do modo, a curvatura dos cabos afeta essencialmente o primeiro modo de vibração [23].

Os efeitos da curvatura do cabo são tidos em conta na formulação corretiva de Mehrabi e Tabatabai através do parâmetro de Irvine λ^2 .

O parâmetro de Irvine, introduzido pelo próprio em [18], determina a resposta estática e dinâmica do cabo suspenso. É um parâmetro que incorpora tanto as características geométricas do cabo como as suas características de deformabilidade, sendo definido por:

$$\lambda^2 = \left(\frac{mgL}{N}\right)^2 \frac{L}{NL_e/EA} \quad (2.10)$$

Na definição (2.10), g é a aceleração da gravidade, EA a rigidez axial do cabo e L_e o comprimento virtual do cabo dado por

$$L_e = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L \left[1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right] \quad (2.11)$$

onde a distância d é a flecha na vertical medida a meio vão [4], definida como

$$d = \frac{mgL^2}{8N} \quad (2.12)$$

A ordem de grandeza do parâmetro de Irvine fornece algumas informações sobre o cabo a que está associado. Baixos valores de λ^2 refletem cabos altamente tensionados, com flechas ou curvaturas reduzidas, cuja deformação é essencialmente alcançada pela extensibilidade do cabo. Esta situação é típica dos tirantes de pontes atirantadas, cujo parâmetro de Irvine toma valores entre 0 e 1, ou ocasionalmente superiores à unidade para tirantes com maiores comprimentos. Já valores mais elevados de λ^2 , como os valores superiores a 100 alcançados nos cabos de pontes suspensas, são característicos de cabos pouco tensionados, ou com curvaturas superiores, cuja deformação é maioritariamente de natureza geométrica, exibindo uma relativa inextensibilidade [4, 18].

A formulação corretiva da teoria das cordas vibrantes deduzida por Mehrabi e Tabatabai [23] é escrita em função de ζ e λ^2 , e é dada por

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \left(\alpha \beta_i - 0,24 \frac{\mu}{\zeta} \right) \quad (2.13)$$

onde

$$\alpha = 1 + 0,039\mu \quad (2.14)$$

$$\beta_i = 1 + \frac{2}{\zeta} + \left(4 + \frac{i\pi^2}{2} \right) \frac{1}{\zeta^2} \quad (2.15)$$

Para modos no plano vertical do cabo tem-se

$$\mu = \begin{cases} \lambda^2 & \text{se } i = 1 \\ 0 & \text{se } i > 1 \end{cases} \quad (2.16)$$

Para modos fora do plano vertical $\mu = 0$.

2.3 Definição dos Parâmetros

A grande dificuldade na aplicação das formulações teóricas existentes está na definição dos parâmetros necessários à sua aplicação [6].

A correta definição do comprimento livre de vibração L , da massa por unidade de comprimento m e da rigidez de flexão EI é essencial para a determinação da força instalada nos cabos e tirantes com um grau de confiança aceitável. Quantas mais incertezas existirem relativamente aos parâmetros referidos, maior será o erro final associado à definição da força, e menos eficaz se tornará este método no contexto das exigências da Engenharia Civil.

Desta forma, apresentam-se de seguida algumas considerações que devem ser tidas em conta na definição dos parâmetros em causa, e na contabilização dos erros a eles associados.

É de notar que não existe referência aos cuidados a ter na definição da massa por unidade de comprimento m , uma vez que esta é geralmente conhecida e bem definida nos catálogos fornecidos com os cabos ou sistema de tirantes que se pretende ensaiar [6]. Caso não haja acesso a esse tipo de informação, o conhecimento da secção transversal do elemento e da massa volúmica dos materiais constituintes oferece uma alternativa na determinação de m .

2.3.1 Comprimento Livre de Vibração

A definição do comprimento livre de vibração de um cabo pode ser bastante simples no caso em que os elementos, cuja força se pretende determinar, permitem a medição direta de L através de instrumentação própria. Contudo, na maior parte dos casos, tal não é possível.

Quando a informação não é fornecida diretamente no projeto, a definição do comprimento dos cabos e tirantes é realizada indiretamente, a partir de relações geométricas. Os erros associados a este tipo de determinação prendem-se essencialmente com o desconhecimento da verdadeira posição dos limites de L .

No caso dos tirantes de pontes atirantadas, por exemplo, existem dispositivos de desvio dos cabos que restringem o movimento. Nestes casos, considera-se que o comprimento livre de vibração é a distância entre os desviadores (figura 2.3), sendo por isso importante o conhecimento da sua posição no interior das bainhas de proteção¹.

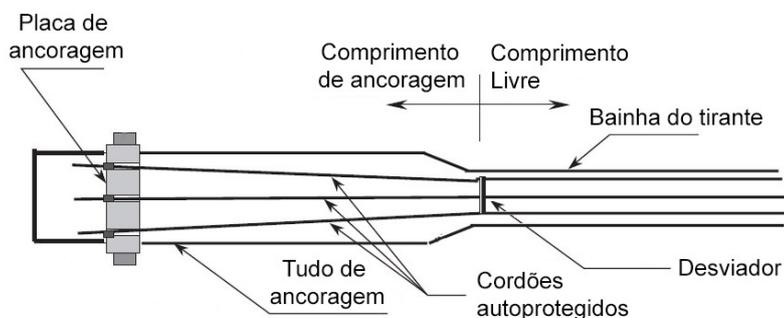


Figura 2.3: Pormenor da zona de ancoragem típica nos tirantes de pontes atirantadas (adaptado [30])

Nos cabos com comprimentos elevados, a incerteza associada à definição de L pode tornar-se desprezável quando comparada com a ordem de grandeza do comprimento total. No entanto, à medida que o comprimento dos cabos diminui, o erro associado aumenta, podendo tornar-se significativo.

¹Apesar de se saber que na realidade os limites de L se situam entre os desviadores em questão e a placa de ancoragem, na presente dissertação o comprimento livre de vibração, no caso dos tirantes, é definido simplificadaamente como a distância entre os desviadores dos cordões, conforme a bibliografia [30]

Para aplicações em que a teoria das cordas vibrantes, conforme a equação (2.8), é válida, o erro associado à definição do comprimento livre de vibração ε_L , pode levar a um erro na estimativa da força instalada que é o dobro desse valor [5]. Desta forma, se se pretender obter uma estimativa da força instalada com um erro associado de, por exemplo, 5%, ε_L tem de tomar um valor inferior a 2,5%. No caso de cabos com 200 m de comprimento, tal está associado a uma incerteza de 5 m na definição de L , no entanto, para cabos mais curtos, como por exemplo, com 50 m, uma incerteza superior a 1,25 m já não vai satisfazer o parâmetro exigido.

2.3.2 Módulo de Elasticidade

O módulo de elasticidade a considerar na aplicação da formulação corretiva da teoria das cordas vibrantes é o designado módulo de elasticidade equivalente E_{eq} .

Sabe-se que quando o estado de tensão dos cabos se altera, a forma do seu traçado também muda. Este comportamento reflete a não linearidade geométrica típica dos cabos [17].

A maior parte dos métodos de análise deste tipo de elemento, tal como o que está a ser estudado, requer a linearidade do módulo de elasticidade. Uma forma de contornar esta questão passa pela definição de um módulo de elasticidade equivalente que considere os efeitos da não linearidade do problema. Tal pode ser conseguido através da fórmula de Ernest [10] dada por

$$E_{eq} = E_0 \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 L_h^2 E_0}{12 \sigma^3}} \quad (2.17)$$

em que E_0 e γ são o módulo de elasticidade e o peso específico do material, respetivamente, L_h a projeção horizontal do comprimento do cabo ou tirante e σ a tensão nele instalada.

Uma vez que o módulo de elasticidade é função da força instalada no cabo, cujo valor se pretende determinar, o processo de identificação da força considerando os efeitos da rigidez de flexão será um processo iterativo, com a alteração sucessiva do valor de E_{eq} .

2.3.3 Momento de Inércia da Secção

Os tirantes e cabos típicos de estruturas de Engenharia Civil são constituídos, na maior parte das vezes, por um conjunto de cordões.

Quando a curvatura destes elementos aumenta, os cordões que constituem os cabos tendem a escorregar uns relativamente aos outros. Esse escorregamento leva a uma diminuição do momento de inércia da secção transversal. Desta forma, a inércia I dos cabos e tirantes varia entre dois valores limites: I_{\min} e I_{\max} [19].

O valor máximo da inércia da secção considera que o conjunto de cordões se comporta como uma secção única, não existindo qualquer movimento relativo entre eles. Assim, I_{\max} é definido a partir do teorema de Steiner como

$$I_{\text{máx}} = \sum_{n=1}^i (I_i + A_i d_i^2) \quad (2.18)$$

em que I_i é a inércia individual de cada cordão, A_i a respetiva área e d_i a distância do centro de gravidade de cada cordão ao centro de gravidade da secção transversal do cabo.

O valor mínimo da inércia é calculado considerado que todos os cordões têm um comportamento independente, movendo-se livremente entre eles [19]. Desta forma, I_{min} é dado por

$$I_{\text{min}} = \sum_{n=1}^i I_i \quad (2.19)$$

O intervalo de valores entre $I_{\text{máx}}$ e I_{min} é um intervalo bastante considerável, pelo que a escolha do valor da inércia da secção não será trivial.

A definição de uma inércia equivalente I_{eq} poderá ajudar na definição do valor pretendido para este parâmetro. A inércia equivalente I_{eq} é a inércia da secção cheia de uma barra cujo diâmetro tem um valor tal que a sua área transversal corresponde à área total da secção do cabo ou tirante.

Os valores identificados para I são tipicamente cerca de 50 a 70% do valor de I_{eq} [4]. No entanto, graças às tecnologias atuais que possibilitam a determinação de um elevado número de frequências naturais, as frequências de modos superiores podem ser utilizados como parâmetros de ajuste que levam a uma melhor aproximação do valor pretendido de I .

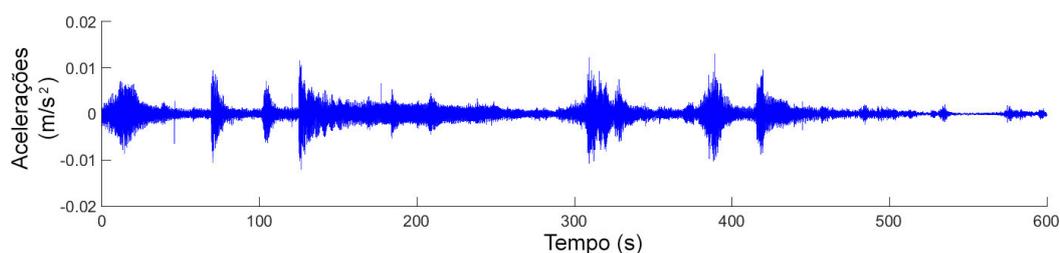
2.4 Técnica Experimental

Como referido anteriormente, a teoria das cordas vibrantes, assim como as formulações corretivas desenvolvidas, relaciona as frequências naturais de vibração do cabo com a força instalada que se pretende conhecer.

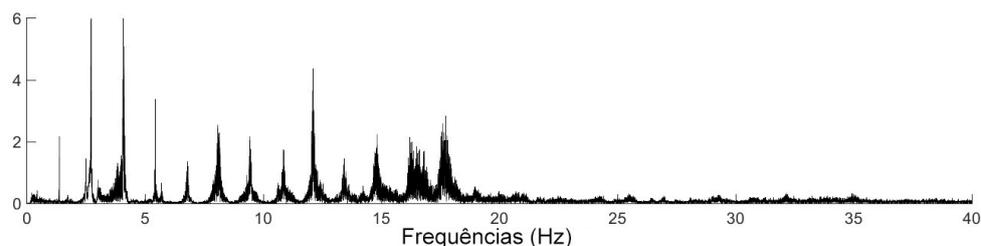
Ao contrário do que acontece com as restantes grandezas envolvidas nas formulações, como a inércia da secção ou a massa por unidade de comprimento, que podem ser obtidas através das características geométricas do cabo, as frequências naturais de vibração têm de ser determinadas experimentalmente, de forma indireta, a partir da medição das vibrações do cabo. A forma mais comum de o fazer é através da medição das suas acelerações ao longo do tempo [9].

Para se obter as frequências naturais de vibração é aplicada a transformada rápida de Fourier, ou *Fast Fourier Transform* (FFT), ao sinal das acelerações medido experimentalmente. O resultado é um gráfico, a que se dá o nome de espetro de resposta em acelerações, no domínio das frequências, cujos picos indicam as frequências naturais necessárias para a aplicação das formulações teóricas. A frequência do primeiro pico corresponde à frequência do primeiro modo de vibração e assim sucessivamente.

Relativamente à medição das acelerações é necessário salientar que o sucesso desta metodologia está bastante dependente da qualidade do sinal obtido e da correta interpretação dos dados [5]. Desta forma a escolha adequada



(a) Sinal obtido através de ensaios de vibração ambiental



(b) Espectro de resposta em acelerações para o sinal obtido

Figura 2.4: Resultado da aplicação da FFT

dos equipamentos constituintes do sistema de ensaio, a escolha do método de excitação e a definição dos parâmetros de medição, são fatores muito importantes a ter em conta na fase experimental do método.

Para uma medição de acelerações com qualidade é essencial estabelecer o objetivo da medição. Por exemplo, se o cabo ou tirante a ensaiar é demasiado curto, sabe-se pelo que foi referido no ponto 1.2, que os efeitos da rigidez de flexão têm influência na determinação da força. Sabe-se também que esses efeitos são mais evidentes para os modos de vibração superiores. Neste caso, o objetivo dos ensaios passa pela escolha de um sistema que permita a identificação das frequências de ordens superiores ao 5º modo de vibração, de forma a obter uma melhor aproximação da força instalada [5].

Para se estimar as frequências naturais teoricamente esperadas, e assim encontrar um sistema de ensaio adequado, pode considerar-se que no cabo atua a força indicada no projeto. Desta forma, através da teoria das cordas vibrantes, ou das formulações corretivas consoante o que for mais adequado para cada caso, é possível perceber a ordem de grandeza das frequências esperadas para os diferentes modos de vibração. É de notar que a definição dos restantes parâmetros para a aplicação das formulações, como o comprimento livre de vibração L , a massa por unidade de comprimento m e a rigidez de flexão EI , deve ter em conta as indicações apresentadas no ponto 2.3.

A definição da gama de valores das frequências naturais esperadas é determinante para a escolha do aparelho de medição e do método de excitação a utilizar.

Usualmente, os acelerómetros disponíveis no mercado permitem captar frequências naturais de vibração que incluem os intervalos de frequências típicos de estruturas de engenharia civil - frequências de 1 a 200 Hz. No entanto, em cabos com frequências naturais muito baixas, como acontece em cabos com

grandes curvaturas ou com baixas tensões instaladas, é necessário ter atenção e escolher acelerómetros capazes de medir frequências na ordem dos 0,1 a 0,3 Hz [5].

Relativamente ao método de excitação dos ensaios, tem-se vindo a referir que esta metodologia de determinação das forças instaladas é realizada a partir de ensaios de vibração ambiental, ou seja, a partir das vibrações induzidas por ações ambiente como o vento ou o tráfego. A identificação das frequências naturais é possível a partir deste tipo de excitação devido à grande flexibilidade dos cabos e tirantes, e à sensibilidade que os acelerómetros disponíveis no mercado possuem. No entanto, este tipo de excitação poderá não ser suficiente para mobilizar a contribuição dos modos com frequências superiores a 100 Hz. Para estes casos deve ser considerada a utilização de excitação externa artificial, como excitação com martelo de impacto [5].

No que diz respeito à aquisição de dados é importante definir a frequência de aquisição de dados e a duração de registo do sinal. Segundo o teorema de Nyquist [29], a frequência de aquisição de dados deve ser superior ao dobro do valor da frequência que se considera que tem uma contribuição relevante na resposta. Desta forma, a definição de determinada frequência de aquisição de dados durante um ensaio permitirá a identificação modal com qualidade de frequências até 80% de metade do seu valor [8].

Relativamente à duração de registo do sinal, esta deve ser tal que permita a redução do ruído na aplicação da FFT. A existência de ruído excessivo no espectro de resposta resultante da transformada rápida de *Fourier* poderá levar a erros e incertezas na identificação dos picos referentes às frequências naturais dos cabos e tirantes.

A correta colocação do acelerómetro no elemento a ensaiar é também essencial para a realização de boas medições. Como as frequências pretendidas são as frequências naturais dos modos de vibração no plano vertical do tirante, o posicionamento do eixo de medição do acelerómetro deve ser tal que possibilite a medição das acelerações na direção pretendida.

A fixação do acelerómetro ao cabo ou tirante deve ser realizada de modo a garantir o bom contacto entre eles. Existem acelerómetros equipados com um ímã que poderá ajudar a fazer a ligação pretendida, no entanto é importante referir que outros fatores, como por exemplo a existência de bainhas de proteção nos tirantes das pontes, podem não permitir a ligação magnética. A utilização de dispositivos de ligação como braçadeiras de fixação é recorrente. Na figura 2.5 apresentam-se alguns exemplos da fixação do acelerómetro para casos encontrados na bibliografia.

Apesar da medição mais comum das vibrações de cabos e tirantes ser realizada através de acelerómetros [9], a utilização de vibrómetros laser, ou *Laser Doppler Vibrometers* (LDVs), aparece também referenciada na bibliografia [9, 30].

Para casos em que se pretenda ensaiar um largo conjunto de tirantes, a medição das acelerações através da fixação de acelerómetros aos elementos pode revelar-se um processo demoroso. Como tal, a utilização de vibrómetros laser apresenta uma alternativa prática e eficiente perante a necessidade da realização sistemática de medições durante uma campanha experimental.

Conforme é possível perceber a partir da figura 2.6, os ensaios de vibração



(a) Fixação direta nos cabos de cobertura do Estádio Olímpico de Londres [6]

(b) Fixação através de uma chapa metálica em forma de U e respetiva braçadeira nos tirantes da ponte Tulln, Áustria [16]

(c) Fixação através de braçadeiras metálicas no tirante da ponte Oresund, Dinamarca [25]

Figura 2.5: Fixação de acelerómetros aos cabos ou tirantes de ensaio

ambiental com recurso a LDVs não exigem o contacto direto da instrumentação com o elemento a ensaiar, existindo casos em que a colocação do laser pode atingir as dezenas de metro de distância sem que haja uma perda considerável de precisão nos resultados obtidos.

Os dois tipos de instrumentação acima descritos foram comparados por Cunha e os seus colaboradores [9] a partir de ensaios aos tirantes da ponte Vasco da Gama em Lisboa. Os resultados revelaram a grande concordância que existe na identificação das frequências naturais (figura 2.7) e na força instalada nos tirantes a partir dos dois tipos de instrumentação, sublinhando as vantagens práticas da utilização do sistema laser relativamente à utilização dos acelerómetros.

2.5 Conclusão

Até ao presente ponto da dissertação foram introduzidos os fundamentos teóricos e a técnica experimental que possibilitam a determinação da força instalada em cabos e tirantes através de ensaios de vibração ambiental.

A teoria das cordas vibrantes, em que se baseia toda a metodologia, foi sucintamente explicada de forma a dar a conhecer os princípios e simplificações de que resulta. A influência dos efeitos da rigidez de flexão dos elementos e da sua curvatura, que não é considerada na teoria das cordas vibrantes, é corrigida através da formulação corretiva da teoria das cordas vibrantes apresentada e definida no ponto 2.2.2.

O sucesso da metodologia está muito dependente da correta definição do comprimento livre de vibração dos elementos, da sua massa por unidade de

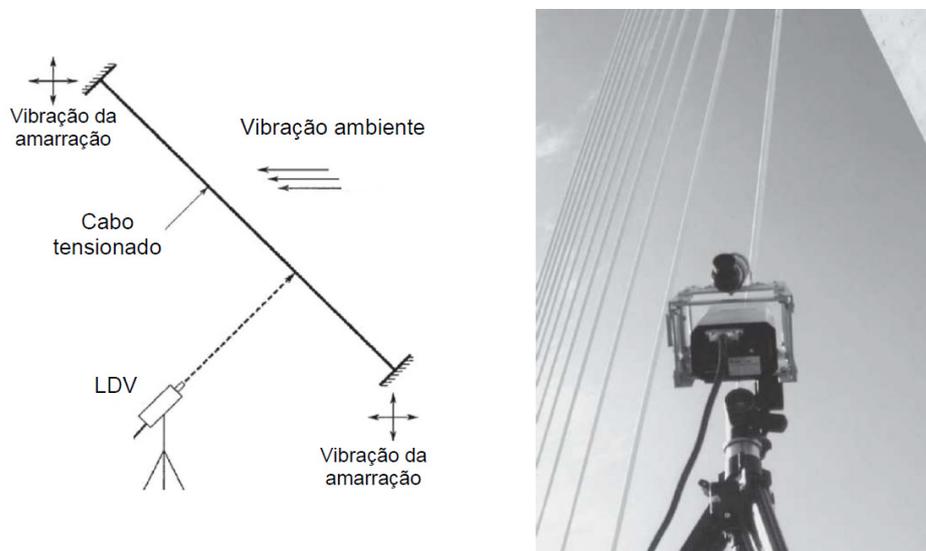


Figura 2.6: Ensaio de vibração ambiental com recurso a LDV [21, 30]

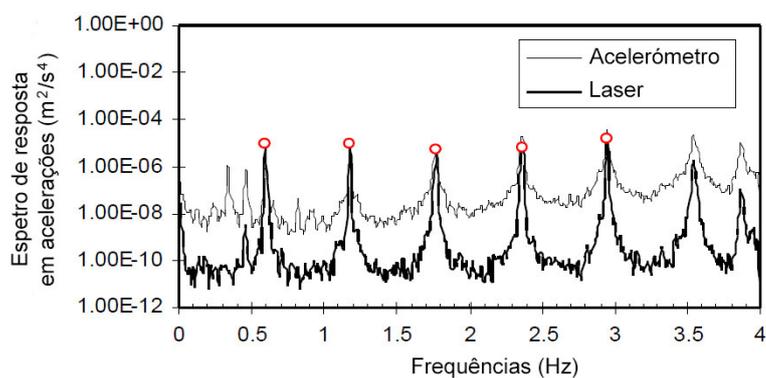


Figura 2.7: Comparação da identificação modal a partir de medições com acelerómetro e com laser (adaptado de [9])

comprimento e da rigidez de flexão da secção transversal. Como tal, as principais considerações acerca da definição destes parâmetros foram apresentadas.

A técnica experimental foi também introduzida, tendo-se salientado a importância da preparação e definição dos objetivos das campanhas experimentais, como a previsão das frequências a medir, de forma a preparar o sistema de ensaio e a aquisição de dados em conformidade. Diferentes técnicas de medição das vibrações dos elementos foram indicadas, sendo a técnica com recurso a acelerómetros a mais detalhada uma vez que será esta a técnica utilizada na fase experimental da dissertação.

Após o estudo dos fundamentos teóricos necessários à aplicação prática da metodologia da determinação das forças instaladas em cabos e tirantes através de ensaios de vibração ambiental, será apresentado no capítulo seguinte o caso de estudo sobre o qual incidiu a dissertação.

Capítulo 3

Caso de Estudo: Ponte Salgueiro Maia

3.1 Considerações Iniciais

Após o estudo dos fundamentos teóricos que possibilitam a determinação da força axial instalada em cabos a partir de ensaios de vibração ambiental, surgiu a necessidade de analisar experimentalmente a sua aplicação. Para tal, as Infraestruturas de Portugal disponibilizaram o acesso à ponte Salgueiro Maia em Santarém, onde foram ensaiados um total de 4 cabos de pré-esforço exterior e 18 tirantes.



Figura 3.1: Ponte Salgueiro Maia [20]

3.2 Ponte Salgueiro Maia

3.2.1 Descrição geral

Inaugurada no ano 2000, a Ponte Salgueiro Maia (figura 3.1) sobre o Rio Tejo está integrada no IC10 que liga Santarém a Almeirim.

É uma ponte atirantada de suspensão axial com um comprimento total de 570 m dos quais 486 m são atirantados. Na figura 3.2 é possível observar a sua configuração: o troço atirantado inclui um vão central de 246 m com dois vãos adjacentes de 78 m seguidos, de cada lado, por mais um vão de 42 m. Existem ainda dois troços nas extremidades com 40,5 m de vão que incluindo as duas juntas de dilatação de 1,50 m perfazem o comprimento total da ponte.

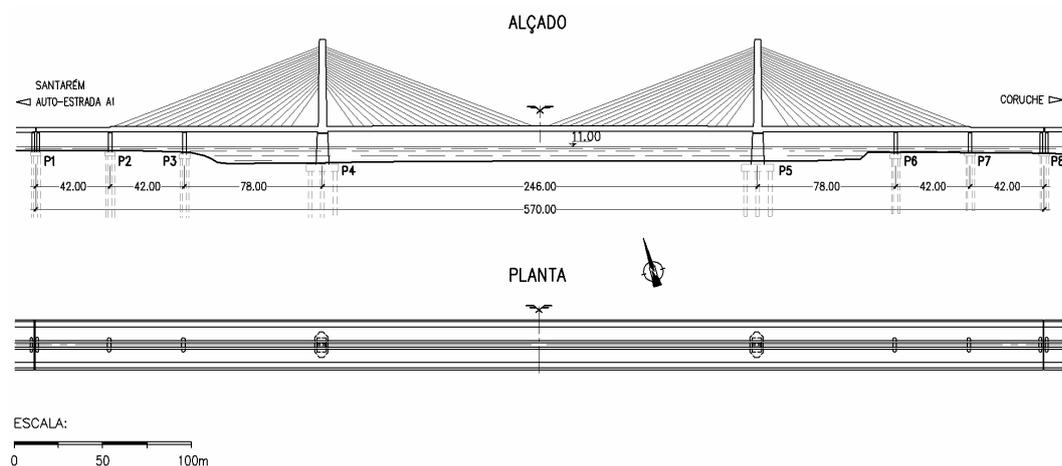


Figura 3.2: Alçado e planta da Ponte Salgueiro Maia [21]

Os mastros e o tabuleiro da ponte formam uma peça monolítica que apoia em 8 pilares através de aparelhos de apoio HDRB (*High Damping Rubber Bearing*) [3].

O tabuleiro, executado em betão armado pré-esforçado longitudinal e transversalmente, tem uma largura total de 28,20 m entre guardas e é constituído por uma viga caixão retangular com dimensões exteriores $10 \times 2,5$ m complementada posteriormente por um prolongamento da laje superior do caixão. Esse prolongamento é suportado por escoras de betão pré-fabricadas e pré-esforçadas apoiadas ao nível da laje inferior do caixão, como é possível observar na figura 3.3.

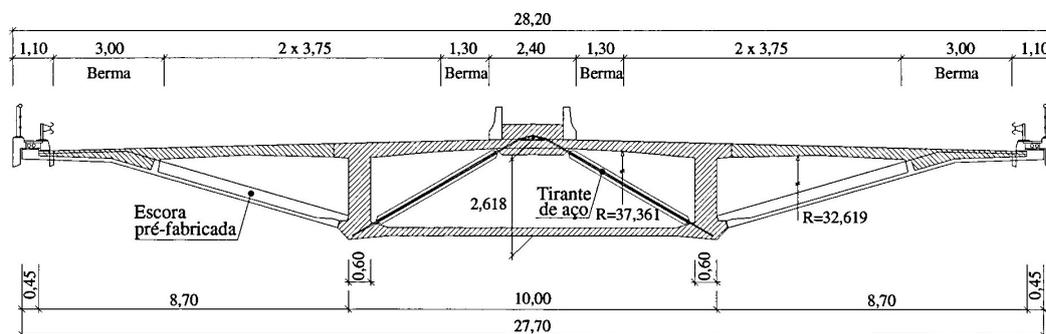


Figura 3.3: Corte transversal do tabuleiro da Ponte Salgueiro Maia [7]

No interior da secção do troço suspenso existem tirantes metálicos que unem os nós inferiores do caixão ao meio da laje superior. Estes tirantes

são responsáveis por transferir as cargas transmitidas pelas almas ao eixo do tabuleiro.

Os troços extremos da ponte possuem um pré-esforço exterior constituído por quatro cabos poligonais. Na figura 3.4 é possível observar estes cabos assim como os tirantes metálicos no interior da viga caixão.



Figura 3.4: Cabos de pré-esforço exterior e tirantes metálicos no interior do tabuleiro

Os dois mastros da ponte têm aproximadamente 50 m de altura e são de betão armado até ao nível do primeiro par de tirantes. A partir desse nível são constituídos por uma estrutura mista de aço/betão.

Por cada mastro existem 36 tirantes dispostos em semi-harpa com comprimentos que variam entre os 31 m e os 131 m e que ancoram ao tabuleiro a cada 6 m.

Os tirantes são formados por 55, 61 e 73 cordões autoprotégidos. Estes cordões, também designados por monocordões, estão envolvidos por uma bainha de polietileno de alta densidade (*High Density Polyethylene* - HDPE), com dupla espiral de forma a contrariar as vibrações devidas à chuva e ao vento. Estão também equipados com ancoragens que permitem a regulação da força e uma eventual substituição [7].

3.3 Caracterização dos Elementos de Estudo

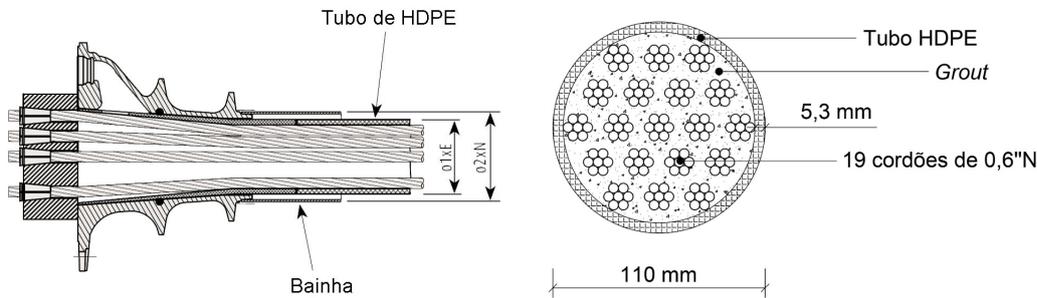
3.3.1 Cabos de pré-esforço exterior

Os 4 cabos de pré-esforço exterior do tabuleiro sobre os quais incidiu parte da campanha experimental estão localizados no tramo extremo da margem de Santarém.

Através da informação fornecida pelas Infraestruturas de Portugal, sabe-se que os cabos são constituídos por 19 cordões de 15 mm de diâmetro e que estão sujeitos a uma força de projeto de 3700 kN.

Sem mais informações, e sabendo que o sistema de tirantes utilizado na ponte é um sistema da empresa *Freyssinet*, admitiu-se que o sistema de pré-esforço exterior utilizado é também da mesma empresa. Desta forma, e considerando

o sistema de pré-esforço injetado com *grout* de cimento, assumiu-se a secção transversal apresentada na figura 3.5.



(a) Sistema de pré-esforço exterior da *Freyssinet* injetado com *grout* (Adaptado de [13])

(b) Secção transversal admitida

Figura 3.5: Cabos de pré-esforço exterior admitidos

A secção transversal é então concretizada com 19 cordões de 0,6"N, com um diâmetro e secção nominais de 15,2 mm e 140 mm^2 , respetivamente, dispostos conforme a figura, dentro de uma bainha de HDPE com um diâmetro exterior de 110 mm e 5,3 mm de espessura [13].

3.3.1.1 Massa por Unidade de Comprimento

A massa por unidade de comprimento dos cordões de 15,2 mm de diâmetro toma o valor de 1,903 kg/m [1].

Para a determinação do valor de m é ainda necessário considerar a contribuição do *grout* e do tubo de HDPE para a massa total por unidade de comprimento dos cabos de pré-esforço. Sabendo a massa volúmica ρ dos materiais e considerando a secção transversal admitida na figura 3.5, é possível deduzir o valor m pretendido.

Na tabela 3.1 encontra-se a massa por unidade de comprimento determinada para os cabos de pré-esforço assim como a contribuição de cada constituinte para este valor. No cálculo de m considerou-se o valor médio da massa volúmica dos materiais, apresentando-se a percentagem de desvio ao valor determinado. A massa volúmica do *grout* e do polietileno de alta densidade foram considerados de acordo com a informação presente nas referências bibliográficas [14, 39].

Tabela 3.1: Massa por unidade de comprimento m para os cabos de pré-esforço

	Área (m^2)	ρ (kg/m^3)	massa (kg/m)	m (kg/m)
19 cordões	-	-	19,367	
<i>grout</i>	5100×10^{-6}	2050 a 2100	$10,583 \pm 1,2\%$	$33,006 \pm 0,5\%$
HDPE	1743×10^{-6}	930 a 970	$1,656 \pm 2,1\%$	

3.3.1.2 Comprimento Livre de Vibração

O comprimento livre de vibração dos cabos de pré-esforço foi medido de forma direta com uma fita métrica no local de ensaio.

A medição foi realizada entre os dois blocos de desvio dos cabos e o valor obtido foi $L = 17,6$ m.

3.3.1.3 Momento de Inércia

Os momentos de inércia mínimo e máximo para os cabos de pré-esforço foram calculados de acordo com o explicitado no ponto 2.3.3 do capítulo anterior e com o auxílio do programa *AutoCAD*. Na tabela 3.2 apresentam-se os valores determinados.

Tabela 3.2: Momentos de inércia para os cabos de pré-esforço

I_{\min} (m ⁴)	I_{\max} (m ⁴)	I_{eq} (m ⁴)
$3,379 \times 10^{-8}$	$1,523 \times 10^{-6}$	$5,631 \times 10^{-7}$

3.3.2 Tirantes

Os 18 tirantes que foram estudados experimentalmente no âmbito da presente dissertação de mestrado são os 18 tirantes mais próximos da margem de Santarém. A sua designação é dada em projeto por T01t a T18t, em que T01t é o tirante mais curto do conjunto ensaiado e o tirante T18t o mais longo e mais afastado do mastro.

Os tirantes da ponte Salgueiro Maia são conseguidos através de um sistema da *Freyssinet* com uma secção tipo similar¹ à ilustrada na figura 3.6, onde é possível observar o conjunto de monocordões protegidos pela bainha de polietileno de alta densidade.

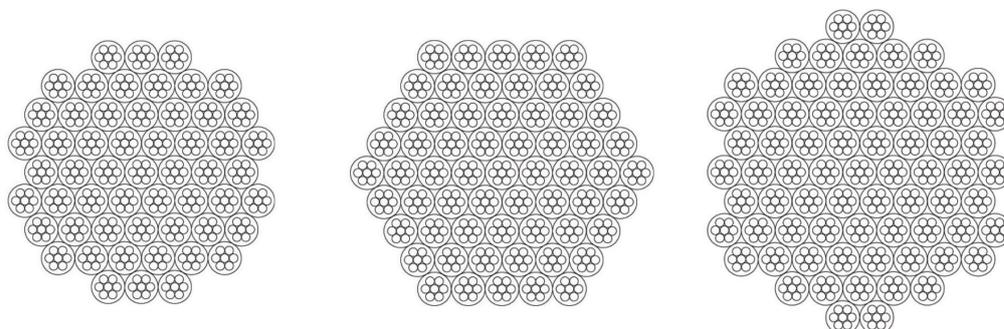


Figura 3.6: Secção dos tirantes da *Freyssinet* [12]

Os monocordões são constituídos por cordões de aço de alta resistência de 0,6”S com um diâmetro e uma secção nominais de 15,7 mm e 150 mm², respetivamente. A camada de auto-proteção é conseguida através de uma bainha de HDPE que envolve o cordão. A partir de um exemplar presente nos laboratórios da faculdade sabe-se que a espessura da camada de proteção ronda os 2 mm.

¹Nos documentos consultados não foi disponibilizada a secção tipo dos tirantes conforme o projeto

A partir de alguns exemplos encontrados em catálogos da empresa, admitiram-se as disposições dos cordões conforme a figura 3.7.



(a) 55 cordões nos tirantes T02t a T07t (b) 61 cordões nos tirantes T08t a T11t (c) 73 cordões nos tirantes T01t, T12t a T18t

Figura 3.7: Disposição admitida para os cordões autoprotetidos

3.3.2.1 Massa por Unidade de Comprimento

A massa por unidade de comprimento dos tirantes foi determinada com base em informações fornecidas pelo projetista (Eng. J. L. Cância Martins, Projetos de Estruturas) presentes na tabela 3.3.

Tabela 3.3: Massas por unidade de comprimento fornecidas pelo projetista (Eng. J. L. Cância Martins, Projetos de Estruturas)

	Monocordão autoprotetido	1,300 kg/m
Bainhas	55 cordões	3,874 kg/m
	61 cordões	4,850 kg/m
	73 cordões	6,001 kg/m

Sabendo para cada tirante o número de cordões pelo qual é constituído, sabe-se para cada um a sua massa por unidade de comprimento. Os valores desta grandeza determinados para cada tirante encontram-se na tabela 3.4.

Tabela 3.4: Massas por unidade de comprimento para cada tirante

Tirantes	Nº de cordões	m (kg/m)
T02t a T07t	55	75,374
T08t a T11t	61	84,150
T01t, T12t a T18t	73	100,901

3.3.2.2 Comprimento Livre de Vibração

A definição do comprimento livre de vibração dos tirantes da ponte Salgueiro Maia constitui uma das dificuldades no que diz respeito à sua definição geométrica. A existência de desviadores e a pouca informação relativa à sua posição exata vem aumentar o grau de incerteza na definição deste parâmetro. Desta forma o comprimento de vibração livre vai ser obtido subtraindo ao comprimento total dos tirantes a distância às secções onde se assume que estão os desviadores em causa.

O comprimento total L_{tot} dos tirantes foi determinado geometricamente a partir dos desenhos do projeto.

Na figura 3.8 é possível observar as principais informações retiradas dos desenhos do projeto fornecidos que permitem determinar o comprimento dos tirantes: a distância horizontal do eixo dos maciços de ancoragem do tabuleiro ao eixo do pilar, as dimensões e o ângulo β que caracterizam o maciço de betão e ainda os ângulos θ que os tirantes fazem com o eixo do pilar da ponte. As grandezas referidas estão definidas nas tabelas 3.5 e 3.6.

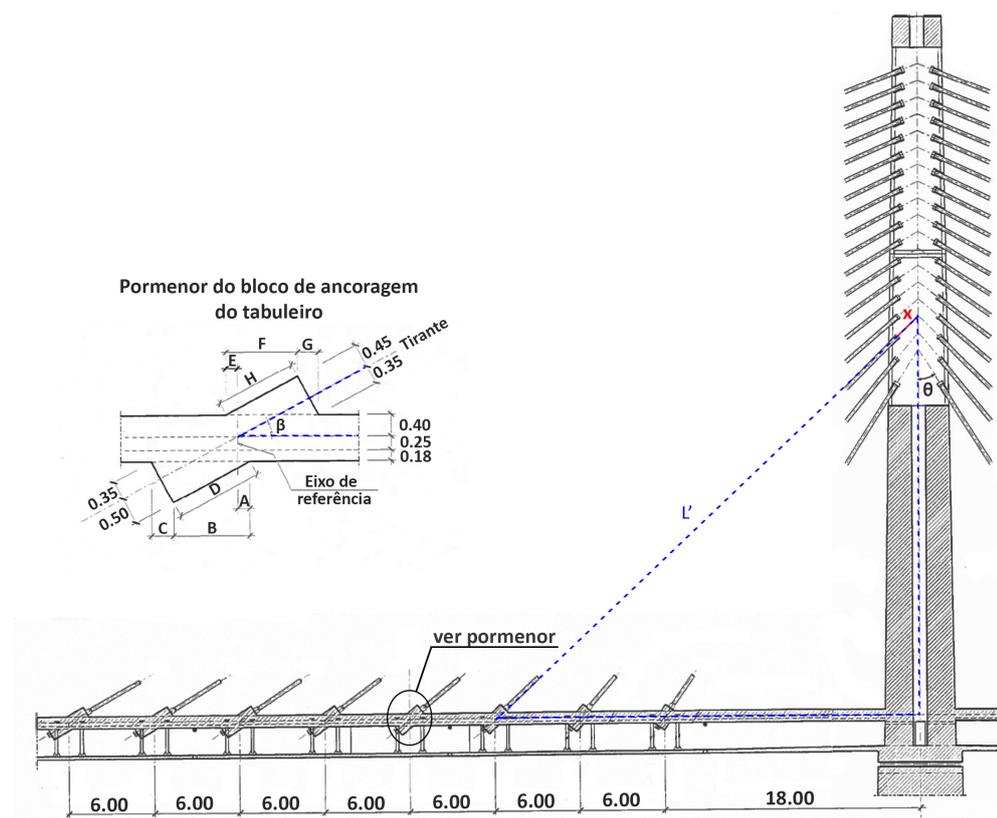


Figura 3.8: Dimensões e ângulos fornecidos a partir dos desenhos do projeto (adaptado de [26])

Ao analisar os diferentes ângulos que os tirantes fazem com o eixo do tabuleiro e com o eixo do pilar, constatou-se que é possível aproximar geometricamente

Tabela 3.5: Dimensões e ângulo β do bloco de ancoragem do tabuleiro [26]

Tirante	β (°)	A (m)	B (m)	C (m)	D (m)	E (m)	F (m)	G (m)	H (m)
T01t	55,15	0,297	0,337	0,699	0,592	0,270	0,317	0,658	0,557
T02t	48,40	0,271	0,500	0,634	0,755	0,250	0,473	0,599	0,710
T03t	43,26	0,253	0,656	0,584	0,903	0,233	0,618	0,550	0,850
T04t	39,26	0,241	0,803	0,540	1,040	0,223	0,756	0,508	0,979
T05t	36,10	0,233	0,940	0,503	1,166	0,216	0,884	0,473	1,097
T06t	33,55	0,228	1,066	0,472	1,282	0,212	1,003	0,444	1,206
T07t	31,45	0,224	1,183	0,446	1,390	0,209	1,114	0,420	1,308
T08t	29,70	0,222	1,292	0,424	1,490	0,208	1,216	0,399	1,403
T09t	28,23	0,220	1,393	0,404	1,583	0,208	1,311	0,381	1,490
T10t	26,96	0,220	1,487	0,388	1,671	0,207	1,400	0,365	1,573
T11t	25,89	-	-	0,440	1,751	0,210	1,480	0,350	1,648
T12t	24,92	0,220	1,657	0,360	1,829	0,208	1,556	0,339	1,722
T13t	24,08	0,220	1,734	0,349	1,902	0,209	1,632	0,329	1,790
T14t	23,34	0,221	1,806	0,339	1,970	0,210	1,700	0,319	1,854
T15t	22,68	0,222	1,874	0,330	2,034	0,211	1,764	0,311	1,914
T16t	22,09	0,223	1,939	0,322	2,094	0,212	1,825	0,303	1,971
T17t	21,55	0,224	1,999	0,315	2,152	0,213	1,882	0,296	2,026
T18t	21,08	-	-	0,360	2,205	0,220	1,940	0,290	2,075

Tabela 3.6: Valores do ângulo que os tirantes fazem com o eixo do pilar [26]

Tirante	θ (°)
T01t	34,71
T02t	41,42
T03t	46,55
T04t	50,54
T05t	53,70
T06t	56,25
T07t	58,35
T08t	60,10
T09t	61,58
T10t	62,84
T11t	63,93
T12t	64,88
T13t	65,72
T14t	66,46
T15t	67,13
T16t	67,72
T17t	68,26
T18t	68,74

o perfil tabuleiro-pilar-tirante como um triângulo retângulo cuja soma dos ângulos internos é muito próxima de 180° . Desta forma, o comprimento dos tirantes será dado pela média das hipotenusas L' do triângulo de aproximação obtidas para os ângulos β e θ somada da dimensão D do bloco de ancoragem do tabuleiro e subtraída da distância x , que é a distância ao longo do eixo do tirante que vai desde o eixo do pilar ao início da cabeça de ancoragem.

$$L_{\text{tot}} = L' + D - x \quad (3.1)$$

Na tabela 3.7 apresentam-se os valores do comprimento total determinado para os tirantes, assim como os valores de L' e de x considerados na sua definição. O valor de x admitido foi medido à escala a partir dos desenhos do projeto.

Tabela 3.7: Definição do comprimento total dos tirantes

Tirante	L' (m)	x (m)	L_{tot} (m)
T01t	31,56	1,40	30,75
T02t	36,21	1,10	35,87
T03t	41,26	1,00	41,16
T04t	46,56	0,90	46,70
T05t	52,05	0,90	52,31
T06t	57,66	0,80	58,14
T07t	63,37	0,80	63,96
T08t	69,14	0,70	69,93
T09t	74,98	0,65	75,91
T10t	80,85	0,60	81,92
T11t	86,77	0,60	87,92
T12t	92,70	0,60	93,93
T13t	98,66	0,60	99,96
T14t	104,63	0,60	106,00
T15t	110,63	0,60	112,06
T16t	116,63	0,50	118,23
T17t	122,65	0,50	124,30
T18t	128,68	0,50	130,39

Relembrando que o comprimento pretendido é o comprimento livre de vibração, é necessário subtrair ao comprimento total a distância das extremidades aos desviadores superior e inferior.

A figura 3.9, que ilustra o tirante tipo da ponte Salgueiro Maia, mostra que o desviador inferior aparenta estar posicionado imediatamente após a face do maciço de betão de ancoragem. No local dos ensaios observou-se no entanto que o seu posicionamento não era constante para todos os tirantes.

A partir da figura 3.10 é possível observar para diversos tirantes da ponte, a zona a partir da qual os cordões começam a sofrer o desvio da posição de ancoragem para sua posição na secção corrente do tirante. Na realidade, os desviadores dos tirantes T18t a T06t mantêm-se numa posição constante

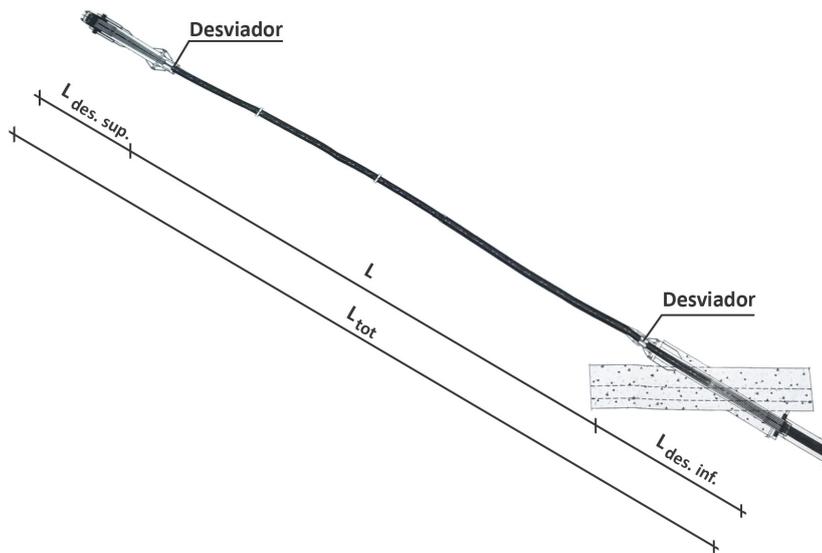


Figura 3.9: Tirante tipo (adaptado de [26])

conforme a figura 3.10 (a), no entanto, a partir do tirante T07t a T01t a posição do desviador começa a afastar-se do limite do bloco de ancoragem, atingindo as posições que são observáveis na figura 3.10 (b).



(a) Desvio nos tirantes mais longos

(b) Desvio nos tirantes mais curtos

Figura 3.10: Posicionamento dos desviadores

A definição da distância da extremidade do tirante ao desviador inferior vai então ser aproximada a partir das dimensões D e H do bloco de ancoragem, e um intervalo de valores $\delta_{des. inf.}$. Considerando uma incerteza na posição exata do desviador de 0,30 m, $\delta_{des. inf.}$ irá variar entre a posição máxima observada nos tirantes, $\delta_{des. inf.}^{máx}$, e essa distância subtraída de 0,30 m.

$$L_{des. inf.} = D + H + \delta_{des. inf.} \quad (3.2)$$

em que

$$\delta_{des. inf.} = \left[\delta_{des. inf.}^{máx} - 0,30; \delta_{des. inf.}^{máx} \right]$$

Relativamente ao desviador superior, a definição da distância da extremidade do tirante à sua posição é feita a partir das informações presentes no catálogo de tirantes da *Freyssinet* [12], onde é possível verificar o valor mínimo de $L_{des. sup.}$. Sem mais indicações, considerou-se uma incerteza no seu posicionamento equivalente à incerteza admitida para o desviador inferior, ou seja, 0,30 m.

Na tabela 3.8 apresentam-se os valores médios obtidos para $L_{des. inf.}$ e $L_{des. sup.}$, indicando o desvio do seu valor considerando as incertezas descritas e os valores considerados no seu cálculo.

Tabela 3.8: Definição das distâncias aos desviadores inferior e superior

Tirante	$\delta_{des. inf.}^{m\acute{a}x}$ (m)	$L_{des. inf.}$ (m)	$L_{des. sup.}^{min}$ (m)	$L_{des. sup.}$ (m)
T01t	1,30	2,30±6,5%	2,981	3,13±4,8%
T02t	0,80	2,11±7,1%	2,646	2,80±5,4%
T03t	0,70	2,30±6,5%	2,646	2,80±5,4%
T04t	0,60	2,47±6,1%	2,646	2,80±5,4%
T05t	0,60	2,71±5,5%	2,646	2,80±5,4%
T06t	0,50	2,84±5,3%	2,646	2,80±5,4%
T07t	0,50	3,05±4,9%	2,646	2,80±5,4%
T08t	0,30	3,04±4,9%	2,866	3,02±5,0%
T09t	0,30	3,22±4,7%	2,866	3,02±5,0%
T10t	0,30	3,39±4,4%	2,866	3,02±5,0%
T11t	0,30	3,55±4,2%	2,866	3,02±5,0%
T12t	0,30	3,70±4,1%	2,981	3,13±4,8%
T13t	0,30	3,84±3,9%	2,981	3,13±4,8%
T14t	0,30	3,97±3,8%	2,981	3,13±4,8%
T15t	0,30	4,10±3,7%	2,981	3,13±4,8%
T16t	0,30	4,22±3,6%	2,981	3,13±4,8%
T17t	0,30	4,33±3,5%	2,981	3,13±4,8%
T18t	0,30	4,43±3,4%	2,981	3,13±4,8%

Com a definição de $L_{des. inf.}$ e $L_{des. sup.}$ é possível obter o comprimento de vibração livre dos tirantes pretendido, subtraindo os seus valores a L_{tot} . Na tabela 3.9 apresentam-se os valores de L dos tirantes e o erro associado à sua definição, resultante das incertezas no posicionamento dos desviadores. Na mesma tabela é definida a projeção horizontal do comprimento livre de vibração. A definição de L_h será importante para a correção do valor do módulo de elasticidade conforme a equação (2.17), que considera os efeitos da não linearidade geométrica dos cabos. O valor L_h foi calculado como a média de valores da projeção horizontal considerando os ângulos β e θ .

3.3.2.3 Momento de Inércia

Os momentos de inércia mínimo e máximo dos tirantes foram calculados considerando as disposições dos cordões conforme a figura 3.7 com o auxílio do programa *AutoCAD*. Na tabela 3.10 apresentam-se os valores determinados para cada tirante.

Tabela 3.9: Comprimento de vibração livre dos tirantes e respetiva projeção horizontal

Tirante	L (m)	ε_L	L_h (m)	ε_{L_h}
T01t	25,32	$\pm 1,2\%$	14,44	$\pm 1,2\%$
T02t	30,96	$\pm 1,0\%$	20,52	$\pm 1,0\%$
T03t	36,06	$\pm 0,8\%$	26,22	$\pm 0,8\%$
T04t	41,44	$\pm 0,7\%$	32,04	$\pm 0,7\%$
T05t	46,80	$\pm 0,6\%$	37,77	$\pm 0,6\%$
T06t	52,51	$\pm 0,6\%$	43,71	$\pm 0,6\%$
T07t	58,11	$\pm 0,5\%$	49,52	$\pm 0,5\%$
T08t	63,87	$\pm 0,5\%$	55,43	$\pm 0,5\%$
T09t	69,67	$\pm 0,4\%$	61,33	$\pm 0,4\%$
T10t	75,51	$\pm 0,4\%$	67,25	$\pm 0,4\%$
T11t	81,35	$\pm 0,4\%$	73,13	$\pm 0,4\%$
T12t	87,10	$\pm 0,3\%$	78,92	$\pm 0,3\%$
T13t	92,98	$\pm 0,3\%$	84,83	$\pm 0,3\%$
T14t	98,90	$\pm 0,3\%$	90,74	$\pm 0,3\%$
T15t	104,83	$\pm 0,3\%$	96,66	$\pm 0,3\%$
T16t	110,88	$\pm 0,3\%$	102,67	$\pm 0,3\%$
T17t	116,84	$\pm 0,3\%$	108,60	$\pm 0,3\%$
T18t	122,83	$\pm 0,2\%$	114,54	$\pm 0,2\%$

Tabela 3.10: Momentos de Inércia para os tirantes

Tirantes	nº de cordões	I_{\max} (m ⁴)	I_{\min} (m ⁴)	I_{eq} (m ⁴)
T02t a T07t	55	$1,216 \times 10^{-5}$	$1,114 \times 10^{-7}$	$5,416 \times 10^{-6}$
T08t a T11t	61	$1,497 \times 10^{-5}$	$1,235 \times 10^{-7}$	$6,662 \times 10^{-6}$
T01t, T12t a T18t	73	$2,163 \times 10^{-5}$	$1,478 \times 10^{-7}$	$9,542 \times 10^{-6}$

3.4 Estimativa das Frequências Naturais Esperadas

A estimativa das frequências naturais esperadas para os elementos em estudo é realizada através da aplicação da teoria das cordas vibrantes, ou da respetiva formulação corretiva, considerando os parâmetros definidos no ponto 3.3 e informações fornecidas pelas Infraestruturas de Portugal sobre as forças atuantes.

Para verificar a influência dos efeitos da rigidez de flexão e da curvatura na determinação da força instalada foram calculados o parâmetro normalizado de rigidez de flexão ζ e o parâmetro de Irvine λ^2 . No cálculo dos parâmetros os valores utilizados para inércia de secção I e para módulo de elasticidade equivalente E_{eq} serão devidamente explicitados.

Note-se que no ponto 3.3 não se apresenta o valor de E_{eq} dos elementos uma vez que este depende da força instalada. A sua definição será realizada de acordo com a equação (2.17), em que o módulo de elasticidade do aço E_0 toma o valor de 195×10^9 Pa [1] e o peso específico γ é considerado em conformidade com a massa por unidade de comprimento dos cordões de aço, ou seja, $76,56 \times 10^3$ N/m³ para os cordões de 0,6"N dos cabos de pré-esforço, e $85,00 \times 10^3$ N/m³ para os cordões de 0,6"S dos tirantes.

3.4.1 Cabos de pré-esforço exterior

Relativamente aos cabos de pré-esforço sabe-se que a força de projeto estipulada são 3700 kN.

A partir do valor da força de projeto é possível determinar o valor do módulo de elasticidade E_{eq} necessário para o cálculo posterior do parâmetro normalizado de rigidez de flexão ζ e do parâmetro de Irvine λ^2 . Para o cálculo de E_{eq} foram considerados os valores presentes na tabela 3.11

Tabela 3.11: Estimativa do módulo de elasticidade equivalente dos cabos de pré-esforço

N (kN)	A (m ²)	σ (Pa)	L_h (m)	E_{eq} (Pa)
3700	$2,660 \times 10^{-3}$	1391×10^6	17,60	195×10^9

A rigidez de flexão dos cabos de pré-esforço exterior foi calculada considerando E_{eq} definido e o valor máximo da inércia da secção. Uma vez que os cabos de pré-esforço exterior foram injetados com *grout* de cimento, o movimento livre entre cordões está restringido, pelo que se admite que a secção se comporta como uma só. Desta forma, EI toma o valor de $7,686 \times 10^4$ Nm².

Os parâmetros ζ e λ^2 calculados a partir da rigidez de flexão EI estão apresentados na tabela 3.12. Para o cálculo do parâmetro de Irvine λ^2 foram considerados os valores da rigidez axial EA , da distância d e do comprimento virtual L_e também apresentados na tabela.

Pelos valores da tabela 3.12 é possível perceber que, com λ^2 igual a 0, os efeitos da curvatura dos cabos de pré-esforço resultante do seu peso próprio não terão qualquer influência na determinação da força instalada. O valor de ζ superior a 50 indica também a influência pouco considerável dos efeitos da rigidez

Tabela 3.12: Parâmetros ζ e λ^2 estimados para os cabos de pré-esforço

d (m)	L_e (m)	EA (N)	λ^2	ζ
0,003	17,60	$5,187 \times 10^8$	0,000	62,18

de flexão. Desta forma, a estimativa das frequências naturais esperadas é feita a partir da teoria das cordas vibrantes conforme a equação (2.8). Na tabela 3.13 apresentam-se os valores esperados.

Tabela 3.13: Frequências naturais estimadas para os cabos de pré-esforço

Modo	f_i (Hz)
1	9,512
2	19,024
3	28,535
4	38,047
5	47,559
6	57,071
7	66,583
8	76,095
9	85,606
10	95,118
11	104,630
12	114,142
13	123,654
14	133,166
15	142,677

3.4.2 Tirantes

Alguns dos tirantes da ponte Salgueiro Maia estão instrumentados com células de carga que permitem a medição das forças instaladas [21]. Os tirantes T02t e o T15t são dois dos tirantes equipados com este tipo de instrumentação.

Sendo o tirante T02t o segundo tirante mais curto ensaiado e o tirante T15t um dos mais longos, a estimativa das frequências naturais foi realizada para ambos, a partir das informações fornecidas pela sua instrumentação.

Os dados fornecidos remontam ao ano de 2010 quando se verificou uma força de cerca de 3800 kN instalada no tirante T02t e uma força à volta de 7400 kN no tirante T18t.

Para o cálculo da rigidez de flexão EI , que levou à posterior definição de ζ e λ^2 , foram utilizados os valores presentes na tabela 3.14. O valor da inércia da secção considerado está em conformidade com os valores tipicamente encontrados neste tipo de elemento, ou seja, 70% de I_{eq} [4].

O parâmetro normalizado de rigidez de flexão ζ e o parâmetro de Irvine λ^2 obtidos para os tirantes T02t e T15t estão apresentados na tabela 3.15. A flecha a

Tabela 3.14: Rigidez de flexão EI para os tirantes T02t e T15t

	70% I_{eq} (m ⁴)	A (m ²)	σ (Pa)	E_{eq} (Pa)	EI (Nm ²)
T02t	$3,791 \times 10^{-6}$	$8,250 \times 10^{-3}$	461×10^6	195×10^9	$7,390 \times 10^5$
T15t	$6,679 \times 10^{-6}$	$1,095 \times 10^{-2}$	676×10^6	194×10^9	$1,298 \times 10^6$

meio vão d , o comprimento virtual L_e e a rigidez axial EA considerados na cálculo de λ^2 são também explicitados na mesma tabela.

Tabela 3.15: Parâmetros ζ e λ^2 para os tirantes T02t e T15t

	d (m)	L_e (m)	EA (N)	λ^2	ζ
T02t	0,023	30,96	$1,608 \times 10^9$	0,015	70,20
T15t	0,184	104,83	$2,128 \times 10^9$	0,057	250,32

O baixo valor de λ^2 e ζ superior a 50 nos dois tirantes indicam que os efeitos da curvatura e da a rigidez de flexão não deverão influenciar consideravelmente a determinação da força instalada em ambos os tirantes. Desta forma, a estimativa das frequências naturais esperadas foi realizada a partir da teoria das cordas vibrantes e os seus valores encontram-se apresentados na tabela 3.16.

Tabela 3.16: Frequências naturais estimadas para os tirantes T02t e T15t

Modo	Tirante	
	T02t	T15t
	f_i (Hz)	f_i (Hz)
1	3,627	1,292
2	7,253	2,583
3	10,880	3,875
4	14,506	5,167
5	18,133	6,458
6	21,760	7,750
7	25,386	9,042
8	29,013	10,333
9	32,639	11,625
10	36,266	12,917
11	39,892	14,208
12	43,519	15,500
13	47,146	16,792
14	50,772	18,083
15	54,399	19,375

3.5 Campanha experimental

3.5.1 Descrição e Objetivos das Visitas

A campanha experimental realizada na ponte Salgueiro Maia incluiu três visitas à ponte, e foi executada por equipas constituídas por pelo menos três pessoas que participaram no transporte, montagem e desmontagem dos equipamentos, e no controlo do registo do sinal durante os ensaios a cada elemento.

A primeira visita decorreu a 26 de Junho de 2016 com o objetivo de conhecer o local dos ensaios, as condições existentes para a sua realização e testar, numa primeira fase, a metodologia envolvida na determinação da força instalada nos cabos de pré-esforço exterior do tabuleiro.

A ponte Salgueiro Maia é uma ponte instrumentada pelo LNEC [7], e o interior do tabuleiro, cujo acesso é feito a partir do separador central da ponte, é um espaço bem iluminado com fontes de energia.



Figura 3.11: Acesso vertical e iluminação interior do tabuleiro da ponte

Aproveitando as condições oferecidas pelo espaço e o alcance do sistema de ensaio que foi utilizado nesta primeira visita, para além de se ensaiarem os 4 cabos de pré-esforço exterior do tabuleiro, foi ainda possível ensaiar o tirante mais próximo do acesso vertical - o tirante T18t. A partir da figura 3.12 é possível perceber a localização dos ensaios realizados na primeira visita.

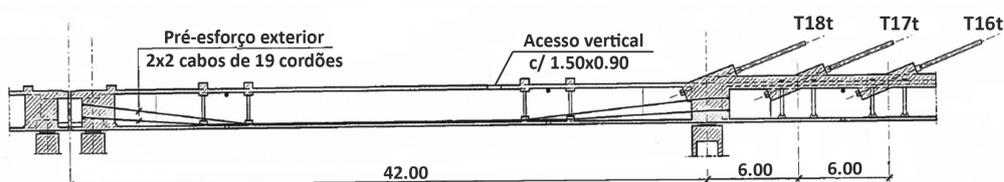


Figura 3.12: Corte do tabuleiro da ponte na zona de ensaio da primeira visita (adaptado de [26])

Nos pontos 3.5.2 e 3.5.3 serão dadas mais informações sobre os sistemas de ensaio e os procedimentos efetuados nas visitas.

A segunda visita decorreu a 28 de Outubro de 2016 e destinou-se ao ensaio dos 18 tirantes mais próximos da margem de Santarém, cujos comprimentos variam entre os 31 e os 131 m.

Sabe-se que a equação da teoria das cordas vibrantes produz bons resultados quando aplicada ao caso de tirantes com comprimentos entre os 50 e 200 m [6]. Desta forma, o conjunto ensaiado constitui uma amostragem que poderá revelar as dificuldades e os erros associados à aplicação da teoria nos tirantes mais curtos.

O sistema de ensaio utilizado na primeira visita permitia apenas ensaiar um elemento de cada vez. De forma a ser possível o ensaio simultâneo a mais do que um tirante, o sistema de ensaio foi alterado.

Após o tratamento dos dados recolhidos na visita, apercebeu-se que existiam diferenças significativas na qualidade dos espectros de potência obtidos para o tirante T18t. Na figura 3.13 é perceptível a diferença do espectro de potência de acelerações obtido com o sistema de ensaio utilizado na segunda visita (b) com o obtido da primeira vez (a).

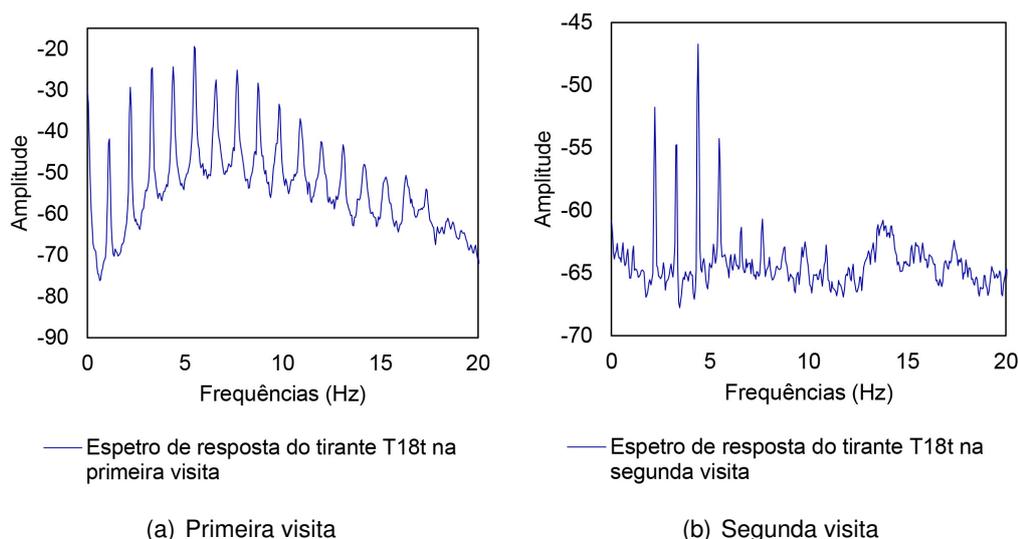


Figura 3.13: Comparação dos espectros de resposta do tirante T18t das duas primeiras visitas

A partir de ensaios laboratoriais comparativos com os dois sistemas, verificou-se que as diferenças estariam associadas a uma má calibração do sistema de ensaio utilizado na segunda visita.

A terceira visita, realizada a 28 de Novembro de 2016, destinou-se então à repetição dos ensaios com o sistema devidamente calibrado, cujos resultados obtidos foram utilizados no estudo presente no ponto 3.6.

É importante referir que os sistemas de ensaio foram testados em laboratório antes de serem utilizados nas campanhas experimentais. Apesar das limitações do ensaio laboratorial, não foram identificados indícios explícitos de problemas

de calibração do segundo sistema. Só após a comparação direta em laboratório entre os dois sistemas utilizados é que se constataram as diferenças nos sinais recolhidos por ambos.

3.5.2 Sistemas de Ensaio

Na primeira visita realizada à ponte Salgueiro Maia foi utilizado um sistema de ensaio conforme o ilustrado na figura 3.14. O sistema inclui um acelerómetro piezoelétrico da *Brüel&Kjær* e respetivo amplificador de carga. Este conjunto está ligado a um *datalogger* que grava o sinal recebido no período de duração do ensaio. O *datalogger* está por sua vez ligado a um computador portátil equipado com o *software Catman* [34]. Através deste software é possível visualizar o sinal de acelerações que está a ser gravado.

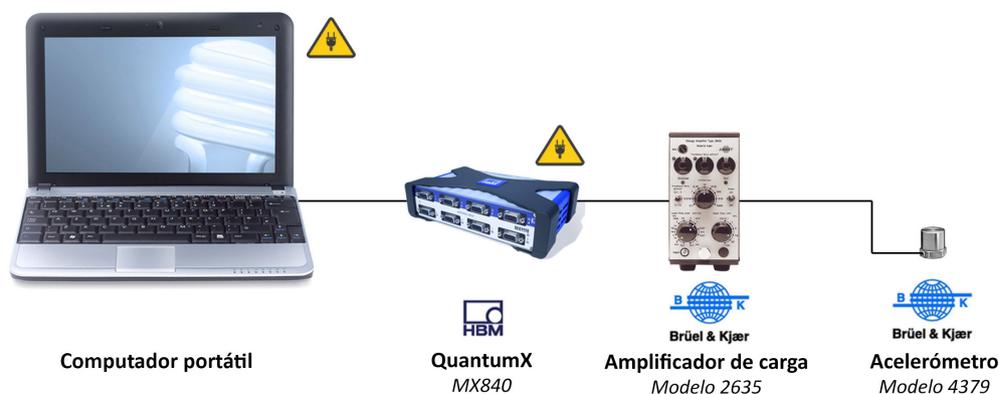


Figura 3.14: Sistema de ensaio utilizado da primeira visita

Devido às dimensões reduzidas dos equipamentos, o primeiro sistema de ensaio é relativamente fácil de transportar. O alcance de ensaio está dependente apenas da distância à fonte de alimentação e/ou do comprimento dos cabos de ligação do acelerómetro ao amplificador de sinal.

Com este sistema foi possível ensaiar, à vez e a partir do interior da viga caixão da ponte, os 4 cabos de pré-esforço exterior que se encontravam próximos do equipamento e o tirante T18t a cerca de 25 m de distância do local.

Na segunda visita, e de modo a aumentar o número de ensaios simultâneos, foi utilizado o sistema da figura 3.15.

O sistema consiste em dois acelerómetros piezoelétricos da *PCB* ligados a uma plataforma da *National Instruments*. A partir do *software LABView* foi possível observar o sinal de acelerações recebido.

Na tabela 3.17 apresentam-se características gerais dos acelerómetros utilizados na campanha experimental.

3.5.3 Procedimentos de Ensaio

Na primeira visita realizada à Ponte Salgueiro Maia o sistema de ensaio foi montado no interior da viga caixão junto dos cabos de pré-esforço exterior.

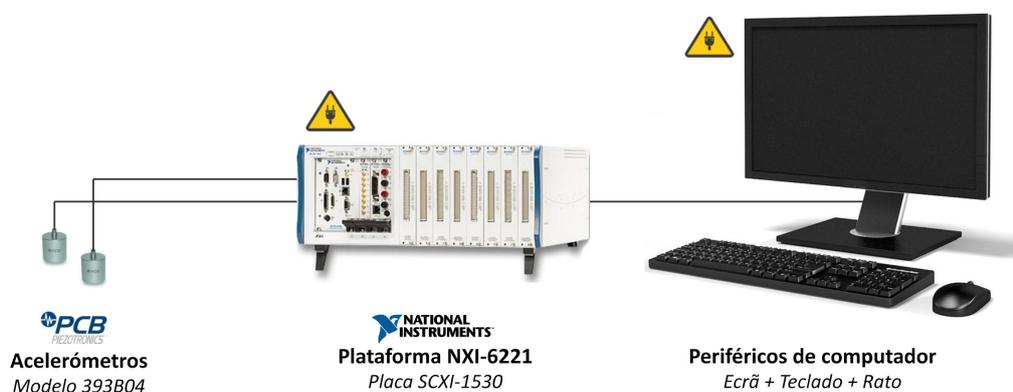


Figura 3.15: Sistema de ensaio utilizado da segunda e terceira visitas

Tabela 3.17: Características gerais dos acelerómetros



Marca: *Brüel&Kjaer*

Modelo: *Type 4379*

Sensibilidade: 260 mV/g

Gama de amplitudes: ± 20 g pk

Resposta dinâmica: ($\pm 5\%$) entre 0,2 a 2800 Hz



Marca: *PCB*

Modelo: 393B04

Sensibilidade: ($\pm 10\%$) 1000 mV/g

Gama de amplitudes: ± 5 g pk

Resposta dinâmica: ($\pm 5\%$) entre 0,06 a 450 Hz

Após a montagem do sistema de ensaio o acelerómetro foi fixo, à vez, a cada um dos elementos a ensaiar. Apesar do aparelho de medição estar equipado com um íman, a bainha de proteção dos cabos e tirantes não permitiu a ligação magnética. Como tal, recorreu-se ao auxílio de cordões para garantir a ligação do acelerómetro aos elementos, conforme ilustram as figuras 3.16(a) e (b).



Figura 3.16: Ligação do acelerómetro aos elementos na primeira visita à Ponte Salgueiro Maia

A partir das frequências naturais estimadas no ponto 3.4, a frequência de aquisição nos ensaios aos cabos de pré-esforço exterior foi de 200 Hz. Considerando que é possível identificar com qualidade frequências até 80% de metade do valor da frequência de aquisição [8, 29], o ensaio a 200 Hz deverá possibilitar a medição de frequências até ao 8º modo de vibração dos cabos de pré-esforço. Para o tirante T18t a frequência de aquisição foi 100 Hz com o objetivo de identificar pelo menos 10 frequências naturais. Todos os ensaios tiveram uma duração de 20 minutos.

Na segunda e terceira visitas, apesar do sistema de ensaio utilizado ser diferente, os procedimentos mantiveram-se na sua generalidade, contando com pequenas alterações apenas.

Ao contrário do que aconteceu na primeira visita, o sistema de ensaio foi montado no exterior, no separador central da ponte. Apesar do longo alcance que os cabos de ligação e de energia permitem atingir, o sistema teve de ser reposicionado algumas vezes de forma a ensaiar o conjunto de 18 tirantes. Na figura 3.17 é possível observar um dos seus posicionamentos no exterior.

O modo de fixação dos acelerómetros aos tirantes também sofreu pequenas alterações, recorrendo-se agora a arames e cabos mais resistentes, moldados de forma a permitir uma montagem e desmontagem mais eficiente. Na figura 3.18 é possível observar o modo de fixação utilizado que garantiu uma boa ligação entre os acelerómetros e os tirantes.

Finalmente, considerando o elevado número de ensaios a realizar e o facto do sistema apenas permitir 2 ensaios simultâneos, a duração de gravação das medições foi reduzida para metade. A partir do ensaio realizado ao tirante T18t na primeira visita fez-se uma comparação do espetro de resposta obtido a partir do sinal com 20 minutos com o espetro obtido a partir do mesmo sinal só com 10 minutos de duração. Na figura 3.19 é possível observar que as diferenças



Figura 3.17: Posicionamento do sistema de ensaio na segunda e terceira visitas

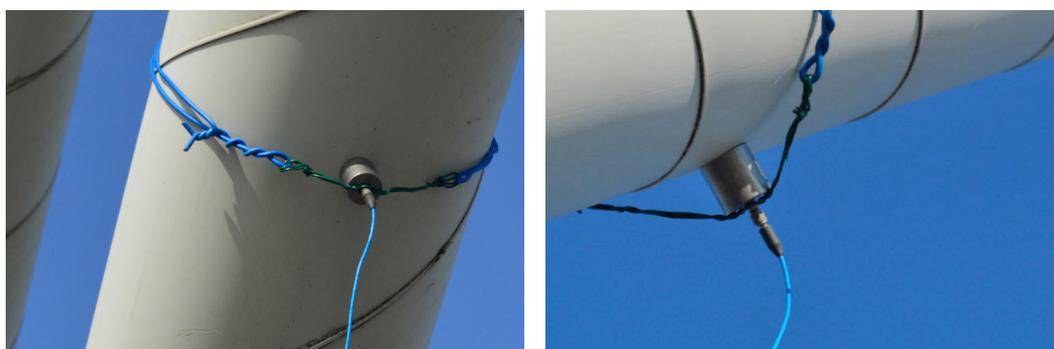


Figura 3.18: Ligação do acelerómetro ao tirante na segunda e terceira visitas

não são significativas.

3.6 Determinação das Forças Instaladas

O processo de determinação das forças instaladas nos elementos ensaiados inicia-se com a identificação das frequências naturais dos cabos e tirantes a partir do sinal em acelerações obtido na campanha experimental. Na presente dissertação, a identificação modal em questão foi realizada com o auxílio do *software ARTeMIS* [38], que a partir da introdução do sinal recolhido efetua a FFT e identifica as frequências naturais pretendidas.

Após a identificação do conjunto de frequências naturais de cada elemento ensaiado, e com as respetivas características definidas, é realizado um ajuste da reta da equação da teoria das cordas vibrantes, ou da curva da formulação corretiva, às frequências experimentais através da alteração da força N . Quando for encontrado o melhor ajuste está encontrada a força pretendida.

Introduzindo Δ^2 como o somatório do quadrado da diferença entre as frequências experimentais $f_{i,\text{exp}}$ de ordem i e as frequências teóricas f_i para um determinado valor de N ,

$$\Delta^2 = \sum (f_{i,\text{exp}} - f_i)^2 \quad (3.3)$$

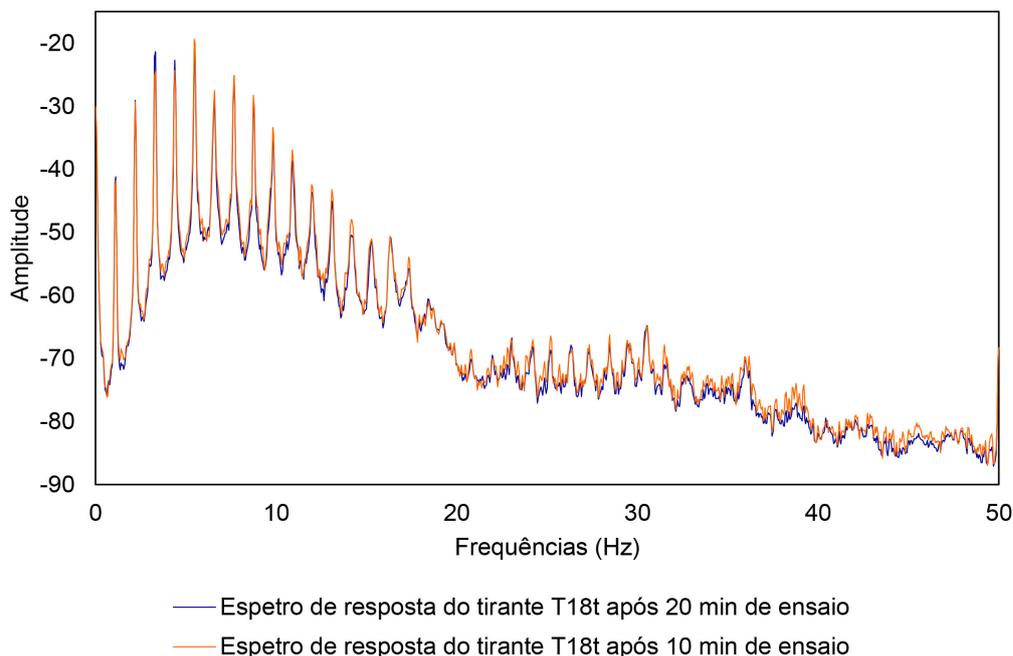


Figura 3.19: Comparação dos espectros de resposta para o tirante T18t após 20 minutos e 10 minutos de ensaio

o objetivo do problema passa por determinar o valor de N que minimiza Δ^2 .

No caso dos cabos de pré-esforço exterior e dos tirantes da ponte Salgueiro Maia, o valor de Δ^2 foi minimizado numa primeira fase através da função *solve* do *Excel*. Esta ferramenta permite, entre outras funcionalidades, minimizar o valor de uma célula de cálculo a partir da alteração de uma variável que influencie o seu valor. O processo adotado revelou no entanto não ser suficientemente prático devido à existência de incertezas na definição de outros parâmetros que influenciam o valor de Δ^2 , como o comprimento livre de vibração ou a inércia da secção dos elementos. A dependência Δ^2 de mais do que uma variável torna o processo de determinação da força N a partir do *solve* um processo iterativo pouco automatizado, cujo objetivo passa pela comparação sucessiva dos valores de Δ^2 cada vez que se altera o valor de L ou de I .

Quando a rigidez de flexão tem influência na determinação da força instalada, e existem incertezas na definição de I , pretende-se determinar simultaneamente os valores de N e de I que melhor aproximam as frequências teóricas às frequências obtidas experimentalmente, ou seja, o par de soluções (N, I) que minimiza Δ^2 . Sabendo as limitações do processo descrito anteriormente, foi desenvolvido um algoritmo que permite identificar o conjunto de valores pretendido. O algoritmo é identificado como algoritmo A e a sua aplicação a partir do *software MATLAB* [36] resulta numa superfície conforme a apresentada na figura 3.20 (a). A superfície indicada representa os valores do erro de aproximação Δ^2 para uma gama de valores de N e de I , em que a inércia da secção é dada por uma percentagem do valor de I_{eq} . Na determinação da força instalada em cabos e tirantes em que

exista incerteza na definição de I , o resultado pretendido coincide com o mínimo da superfície.

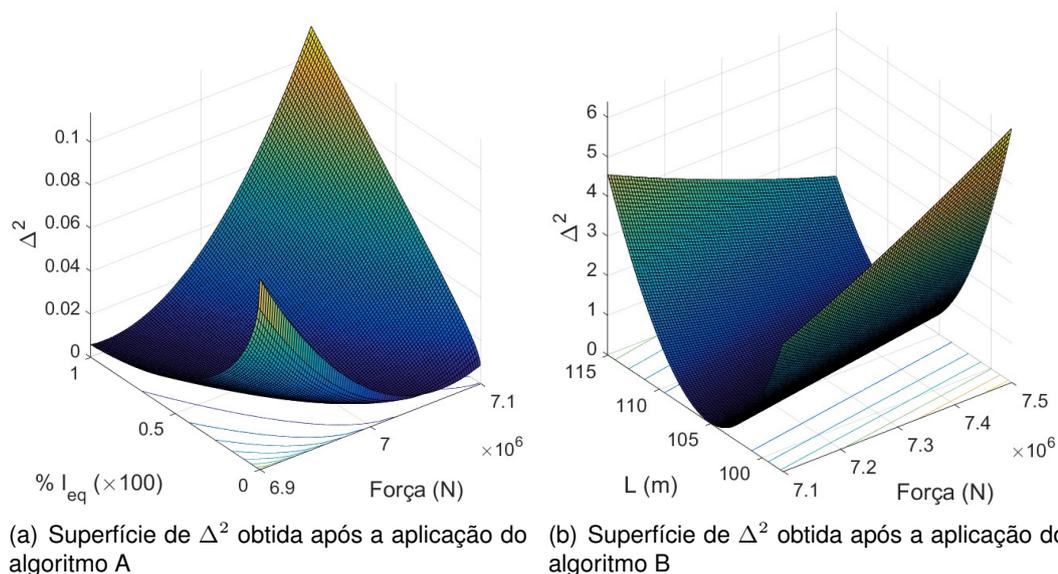


Figura 3.20: Superfícies resultantes dos algoritmos aplicados em *MATLAB*

A figura 3.20 (b) representa uma superfície equivalente à descrita anteriormente, mas para uma gama de valores de N e de L . A incerteza existente na definição do comprimento livre de vibração dos elementos resulta num intervalo de valores de N que minimizam Δ^2 . A partir do algoritmo desenvolvido aplicado em *MATLAB* é visualmente possível identificar a gama de valores admissíveis para a força instalada associada à incerteza na definição de L . Ao algoritmo que permite identificar a gama de valores (N, L) que minimizam Δ^2 dá-se o nome de algoritmo B.

No processo da determinação das forças instaladas nos cabos de pré-esforço e nos tirantes da ponte Salgueiro Maia, as superfícies resultantes da aplicação dos algoritmos A e B revelaram ser uma ferramenta importante na compreensão da influência de EI nos resultados e na quantificação dos erros resultantes das incertezas na definição de L .

No anexo A apresenta-se uma explicação mais detalhada dos algoritmos referidos.

3.6.1 Cabos de pré-esforço exterior

Os cabos de pré-esforço ensaiados e cujo procedimento de determinação das forças instaladas se apresenta de seguida, foram numerados de 1 a 4 conforme ilustra a figura 3.21.

O procedimento será exemplificado para o cabo número dois. O sinal recolhido e o espetro de resposta em acelerações obtidos para este cabo são os apresentados na figura 3.22.

Considerando as conclusões retiradas do ponto 3.4, que indicam que os



Figura 3.21: Numeração dos cabos de pré-esforço exterior ensaiados

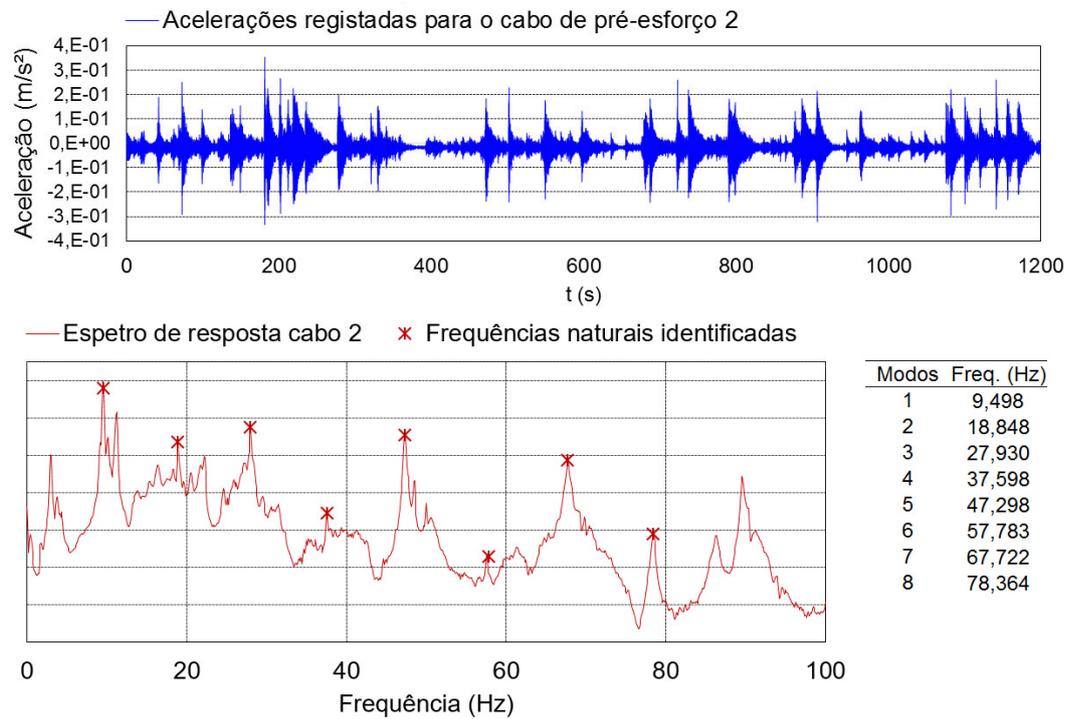


Figura 3.22: Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 2

cabos de pré-esforço não deverão ser consideravelmente afetados pelos efeitos da rigidez de flexão uma vez que ζ é superior a 50, procedeu-se ao ajuste da equação da teoria das cordas vibrantes às frequências naturais determinadas experimentalmente. O ajuste, realizado através da função *solve* do *Excel*, resultou numa força instalada de 3790 kN, considerando o valor de L de 17,60 m e o valor médio da massa definido no ponto 3.4.1.

Ao aplicar o algoritmo A de forma a verificar a influência que os efeitos da rigidez de flexão EI têm ou não na determinação na força, obteve-se a superfície da figura 3.23 (a), representada no plano através de isolinhas no gráfico 3.23 (b). Os parâmetros introduzidos no algoritmo são explicitados na tabela 3.18, e encontram-se de acordo com as informações que têm vindo a ser fornecidas.

Tabela 3.18: Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o cabo de pré-esforço 2

L (m)	L_h (m)	m (kg/m)	A (m ²)	γ (N/m ³)	E_0 (Pa)	I_{eq} (m ²)
17,60	17,60	33,006	2660×10^{-6}	$76,56 \times 10^3$	195×10^9	$5,631 \times 10^{-7}$

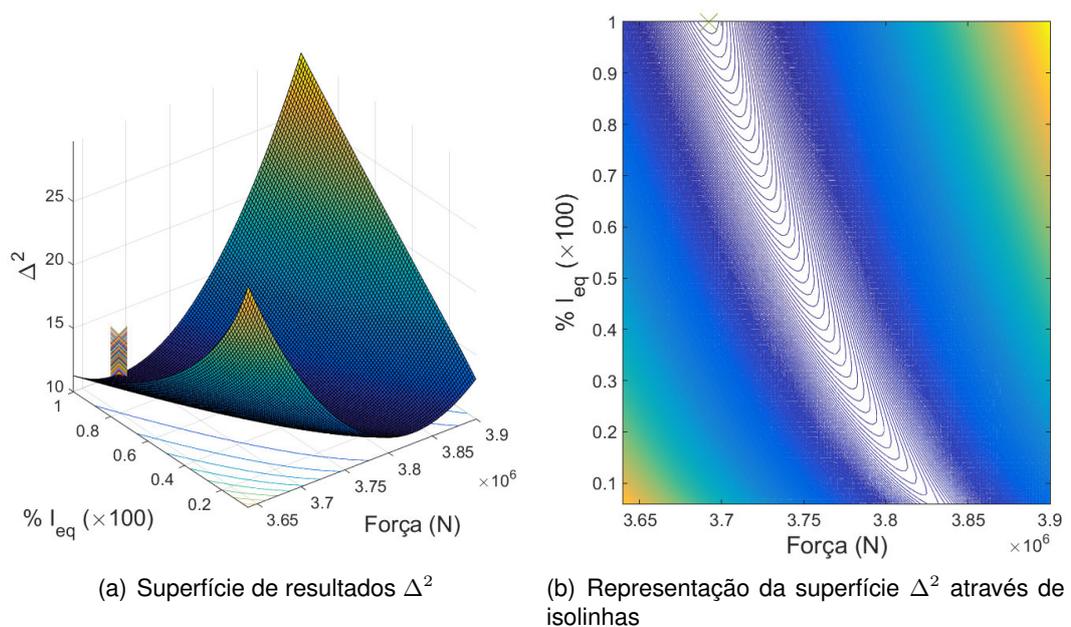


Figura 3.23: Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para os cabos de pré-esforço exterior

Na figura 3.23 é possível perceber que o mínimo da superfície de Δ^2 para uma gama de valores de N e de I é atingido para 100% de I_{eq} . Tal informação indica que a não consideração dos efeitos da rigidez de flexão resulta num erro no ajuste superior ao obtido caso se contabilize EI .

A conclusão anterior pode também ser retirada a partir do gráfico da figura 3.24 onde se representam os valores das frequências naturais do cabo de pré-esforço 2 para cada modo de vibração. O desvio da reta tangente na origem à curva de ajuste das frequências experimentais é evidente e o erro associado a esse desvio

para o 7º modo de vibração é cerca de 6,5%.

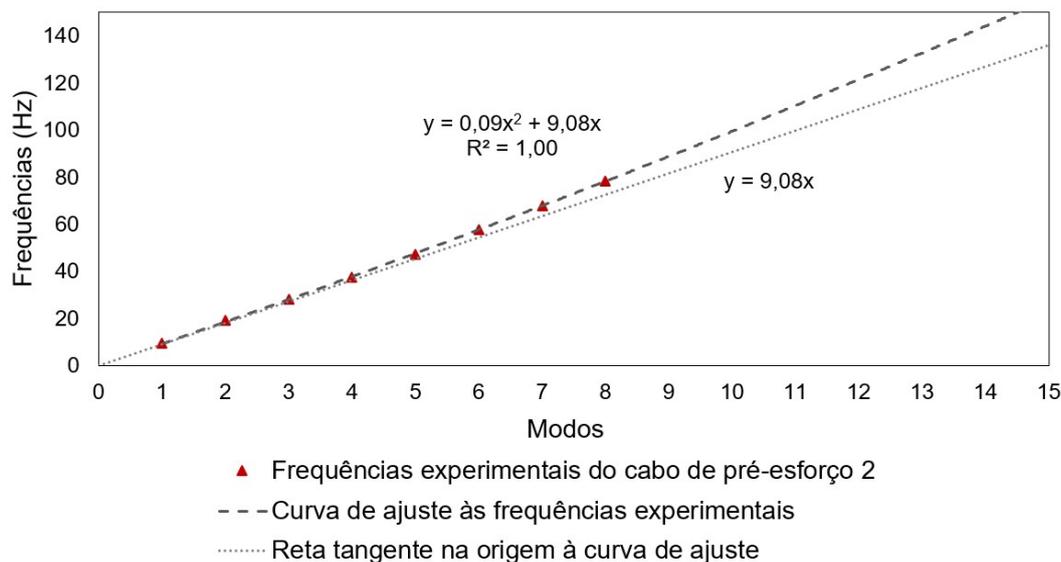


Figura 3.24: Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o cabo de pré-esforço número dois

Partindo das observações anteriores que levam à conclusão de que é necessário contabilizar os efeitos da rigidez de flexão dos cabos de pré-esforço exterior na determinação da força instalada, o valor de N será então determinado a partir da formulação de Mehrabi e Tabatabai conforme a equação (2.13) para $I_{máx}$ e para I_{eq} . Se a disposição dos cordões nos cabos de pré-esforço for a assumida na figura 3.5 (b), a inércia da secção tomará o valor máximo e a força instalada estimada resulta em 3485 kN. No entanto, a presença de desviadores que alteram a direção dos cabos pode resultar numa alteração da posição relativa dos cordões no interior da bainha de HPDE que afeta o momento de inércia da secção. A inércia equivalente representa aproximadamente a situação em que os cordões se encontram juntos. Desta forma, o valor da força instalada deverá variar entre o valor obtido considerando $I_{máx}$, e o obtido considerando I_{eq} , ou seja, entre 3485 kN e 3620 kN, respetivamente.

Considerando a força de projeto dos cabos de pré-esforço 3700 kN, os valores determinados para o cabo de pré-esforço número dois representam um desvio de 2,2% a 5,8% da força teoricamente instalada.

Na tabela 3.19 apresenta-se a comparação das forças obtidas para os 4 cabos de pré-esforço exterior através da teoria das cordas vibrantes e da formulação corretiva de Mehrabi e Tabatabai, N_1 e N_2 , respetivamente. A força N_2 representa a média dos valores obtidos considerando 100% do valor de I_{eq} e o valor de $I_{máx}$, sendo indicado percentualmente o desvio associado.

A partir dos valores apresentados na tabela 3.19 percebe-se que a não consideração dos efeitos da rigidez de flexão na determinação da força instalada nos cabos de pré-esforço pode levar a estimativas com erros que atingem os 8,1% quando se considera $I_{máx}$ como a inércia da secção transversal.

Os valores determinados para as forças instaladas nos cabos de pré-esforço

Tabela 3.19: Influência dos efeitos da rigidez de flexão na determinação das forças instaladas nos cabos de pré-esforço

Nº do cabo	N_1 (kN)	$N_{2,100\%I_{eq}}$ (kN)	$N_{2,I_{máx}}$ (kN)	N_2 (kN)	ε_{EI}
1	3695	3534	3414	$3474 \pm 1,7\%$	4,4 a 7,6%
2	3790	3620	3485	$3553 \pm 1,9\%$	4,5 a 8,1%
3	3788	3617	3483	$3550 \pm 1,9\%$	4,5 a 8,1%
4	3528	3376	3267	$3322 \pm 1,7\%$	4,3 a 7,4%

exterior e os erros associados à incerteza na definição da massa por unidade de comprimento e da inércia da secção são apresentados na tabela 3.20.

Tabela 3.20: Forças instaladas nos cabos de pré-esforço e respetiva incerteza

Nº do cabo	N (kN)	ε_N
1	3474	$\pm 2,2\%$
2	3553	$\pm 2,4\%$
3	3550	$\pm 2,4\%$
4	3322	$\pm 2,2\%$

Relembrando que os efeitos de EI são mais visíveis com o aumento do modo de vibração, as forças determinadas para os cabos 1 e 4 estarão influenciadas pelo facto de só ter sido possível determinar 3 a 5 frequências naturais. No anexo B é possível verificar a identificação modal obtida para estes elementos, que terá sido afetada pelo posicionamento do acelerómetro na proximidade do ponto médio do cabos, que veio prejudicar a identificação das frequências naturais dos modos de vibração anti-simétricos.

De forma a aumentar o nível de confiança nos resultados obtidos, foi realizada uma modelação numérica dos cabos de pré-esforço exterior com o objetivo de verificar se as frequências fundamentais obtidas a partir do modelo numérico, considerando os valores da tabela 3.20 e os parâmetros definidos no ponto 3.3, coincidem com as frequências experimentais dos cabos. A modelação realizada é explicitada com maior detalhe no anexo C.

O valor de N máximo é atingido quando se considera o valor máximo da massa m e 100% de I_{eq} . Já o valor de N mínimo é obtido para o menor valor da massa m e $I_{máx}$. Considerando de novo o exemplo de cálculo do cabo de pré-esforço exterior número 2, apresenta-se na figura 3.25 os resultados obtidos a partir da modelação numérica para a atuação da força mínima e da força máxima estimadas a partir das considerações indicadas.

A partir da figura 3.25 é possível verificar que os picos das frequências naturais obtidas através na modelação numérica para o intervalo de valores estimado de N se encontram coincidentes ou a limitar os picos das frequências naturais determinadas experimentalmente. Desta forma, assume-se que a estimativa realizada para a força atuante nos cabos de pré-esforço a partir das informações recolhidas e assumidas é uma boa estimativa da força real a atuar nestes elementos.

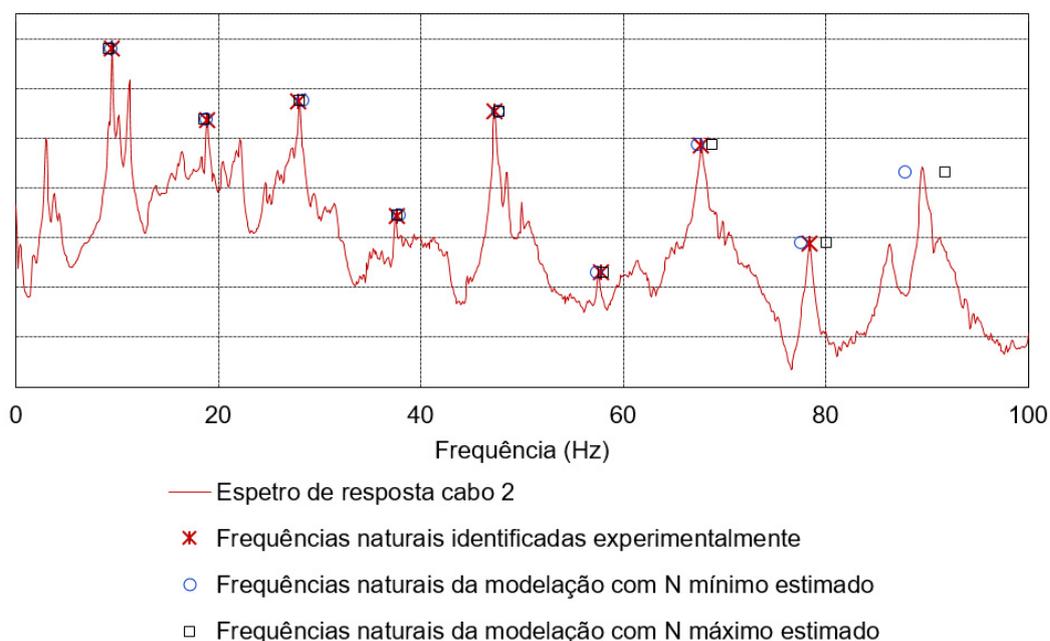


Figura 3.25: Verificação dos resultados a partir da comparação com as frequências naturais da modelação numérica

3.6.2 Tirantes

De uma maneira geral, a determinação da força instalada nos tirantes da ponte Salgueiro Maia segue o raciocínio adotado nos cabos de pré-esforço exterior. As diferenças que irão surgir neste ponto estão principalmente relacionadas com a incerteza na definição do comprimento livre de vibração.

Os sinais recolhidos e a identificação modal realizada para os 18 tirantes ensaiados estão apresentados no anexo B. O exemplo que se apresenta de seguida é o caso do tirante T15t, cujo sinal e espectro de resposta em acelerações estão presentes na figura 3.26.

O parâmetro normalizado de rigidez de flexão ζ com um valor estimado no ponto 3.4 de 250,32 indica que os efeitos da rigidez de flexão não deverão influenciar a determinação da força instalada no tirante T15t. Através da aplicação algoritmo A, e considerando os dados da tabela 3.21, a superfície Δ^2 para uma gama de valores de N e de I é a representada na figura 3.27.

Tabela 3.21: Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o tirante T15t

L (m)	L_h (m)	m (kg/m)	A (m ²)	γ (N/m ³)	E_0 (Pa)	I_{eq} (m ⁴)
104,83	96,66	100,901	10950×10^{-6}	$85,00 \times 10^3$	195×10^9	$9,542 \times 10^{-6}$

A partir da superfície de Δ^2 da figura 3.27 verifica-se que o melhor ajuste da frequências experimentais às frequências teóricas é de facto obtido quando o valor de I_{eq} tende para zero, ou seja, a relação linear da teoria das cordas vibrantes representa um bom ajuste às frequências determinadas experimentalmente. A

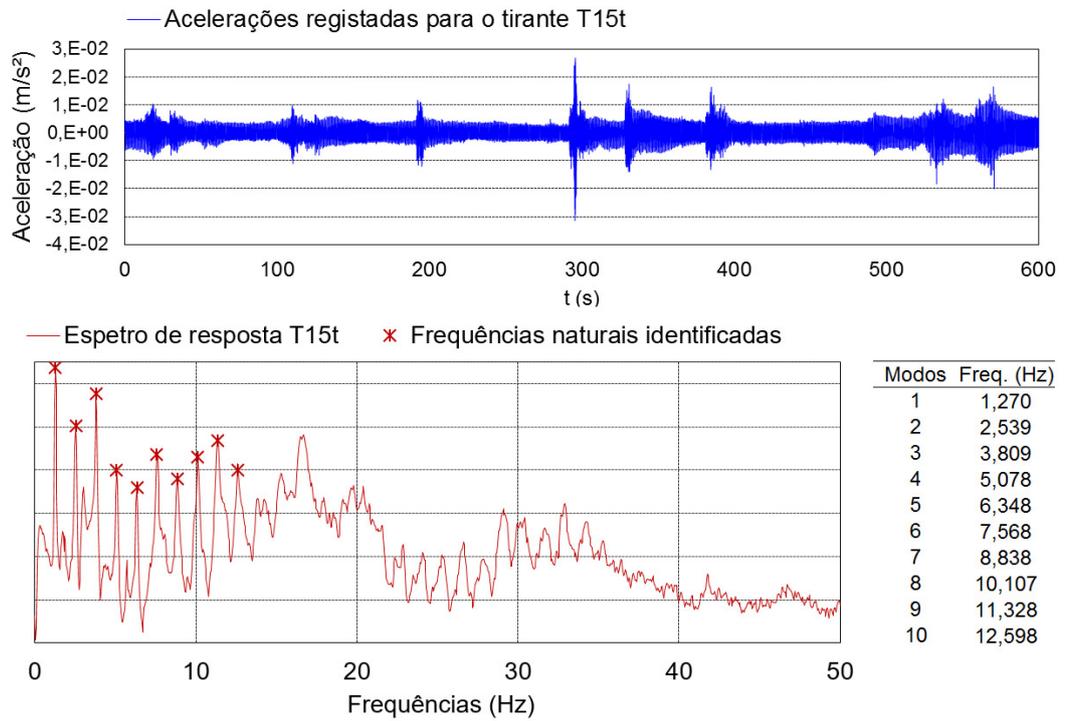


Figura 3.26: Sinal registado e identificação modal do tirante T15t

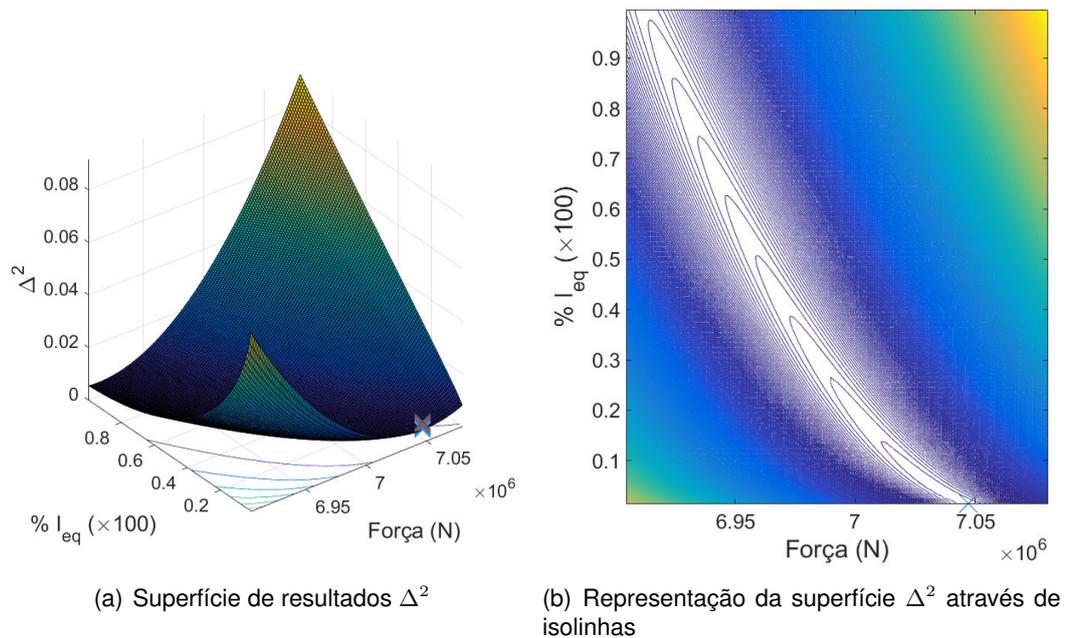


Figura 3.27: Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para o tirante T15t

partir do gráfico da figura 3.28 é possível verificar a coincidência que existe entre a curva de ajuste às frequências naturais identificadas e a reta tangente na origem a essa mesma curva.

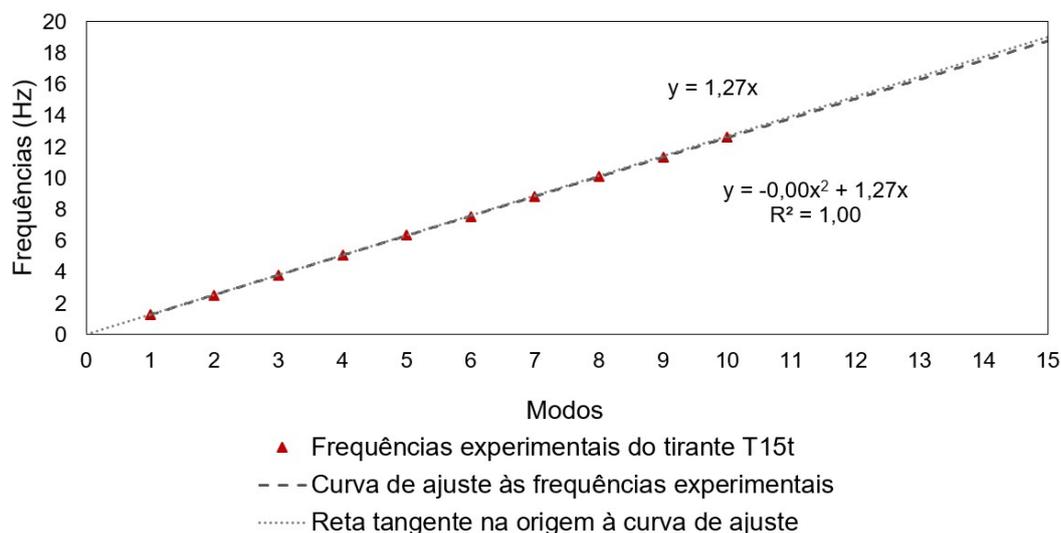


Figura 3.28: Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o tirante T15t

Considerando a aplicação da teoria das cordas vibrantes na determinação da força instalada no tirante T15t é agora necessário avaliar os erros resultantes da incerteza na definição do comprimento livre de vibração. Para tal recorreu-se ao algoritmo B que permite identificar a gama de valores de N que minimiza Δ^2 no intervalo de incerteza de L . A superfície resultante é a da figura 3.29 e os parâmetros introduzidos no seu cálculo são os da tabela 3.22.

Tabela 3.22: Parâmetros introduzidos no algoritmo B para o tirante T15t

m (kg/m)	A (m ²)	γ (N/m ³)	E_0 (Pa)	I_{eq} (m ⁴)	% I_{eq} (%)
100,901	10950×10^{-6}	$85,00 \times 10^3$	195×10^9	$9,542 \times 10^{-6}$	0

A partir da figura 3.29, e considerando todos os pressupostos apresentados ao longo da dissertação, conclui-se que a força instalada no tirante T15t varia entre cerca de 7023kN a 7105kN. Os valores obtidos apresentam um erro de 4 a 5% relativamente à força medida pela instrumentação do tirante em 2010 que indicava uma força instalada de 7400 kN.

Para o tirante T18t, o maior tirante do conjunto ensaiado, é possível verificar pelo gráfico da figura 3.30 e pela superfície da figura 3.31 que o ajuste da reta da equação da teoria das cordas vibrantes também apresenta uma boa aproximação às frequências experimentais obtidas, ou seja, os efeitos da rigidez de flexão não afetam a determinação da força instalada no tirante.

O erro na determinação da força instalada no tirante T18t está então apenas dependente da incerteza na definição do seu comprimento livre de vibração. A

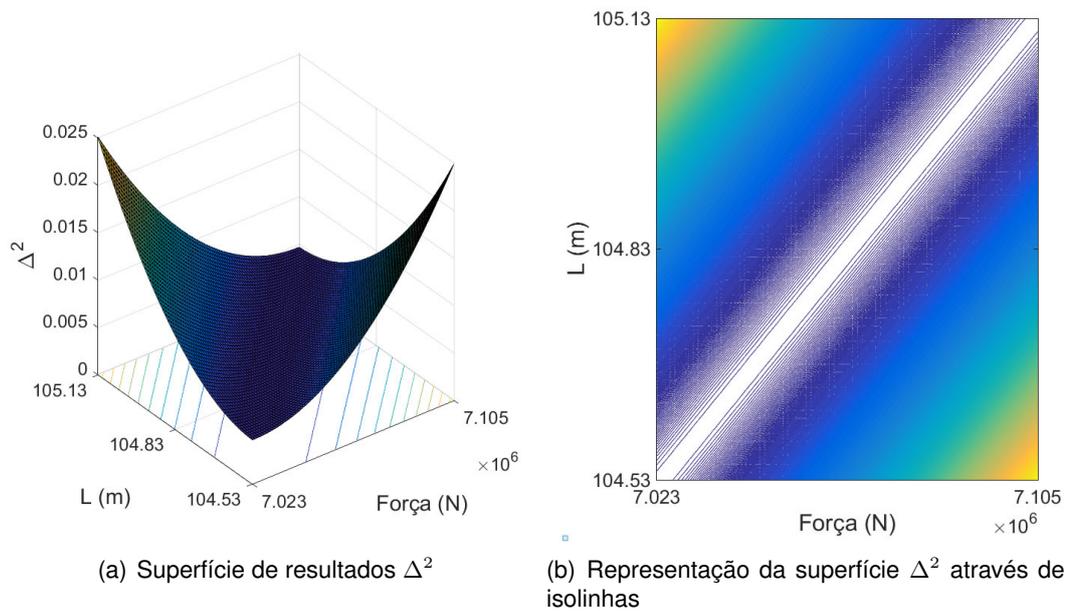


Figura 3.29: Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e L para o tirante T15t

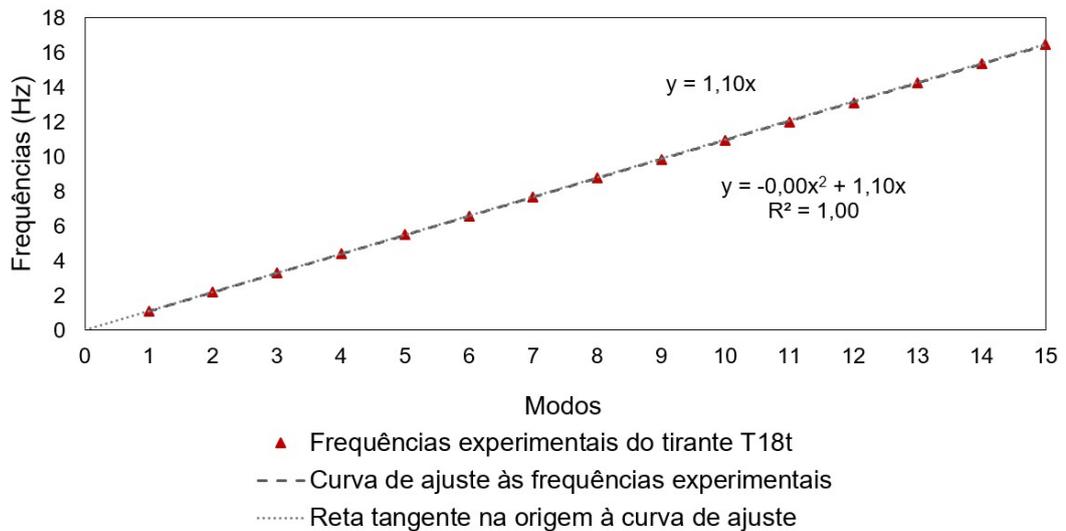


Figura 3.30: Reta tangente à curva de ajuste das frequências experimentais identificadas para o tirante T18t

Tabela 3.23: Parâmetros introduzidos no algoritmo A para o tirante T18t

L (m)	L_h (m)	m (kg/m)	A (m ²)	γ (N/m ³)	E_0 (Pa)	I_{eq} (m ⁴)
122,83	114,54	100,901	10950×10^{-6}	$85,00 \times 10^3$	195×10^9	$9,542 \times 10^{-6}$

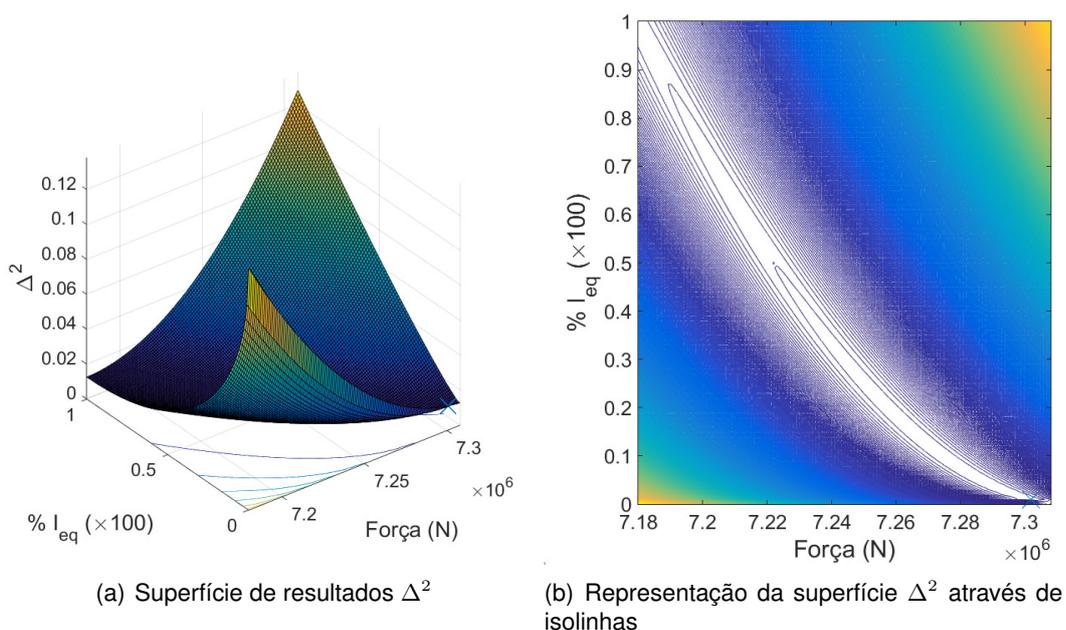


Figura 3.31: Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e I para o tirante T18t

partir da superfície de resultados obtida a partir do algoritmo B (figura 3.32) é possível verificar que a incerteza na definição de L leva à conclusão que a força instalada no maior tirante ensaiado é cerca de 7280 kN a 7350 kN.

As conclusões retiradas para os tirantes T15t e T18t relativamente à não influência dos efeitos da rigidez de flexão na determinação das forças instaladas, foram também observadas para os tirantes T08t e T10t ao T17t. No anexo B será possível confirmar as curvas de ajuste às frequências naturais determinadas experimentalmente coincidentes com a sua reta tangente na origem. Para estes tirantes, a força instalada foi determinada a partir da equação da teoria das cordas vibrantes conforme a equação (2.8), considerando o comprimento de vibração livre médio e a massa por unidade de comprimento definidos no ponto 3.3.2.

A partir da bibliografia [6] sabe-se que a equação da teoria das cordas vibrantes produz bons resultados para tirantes entre os 50 e os 200 m. Os tirantes T01t a T05t têm comprimentos que já não estão incluídos neste intervalo de valores, pelo que o seu estudo representaria um ponto de interesse. Contudo, considerando o exemplo do tirante T05t, é possível observar a partir do gráfico da figura 3.33, que apesar de os pontos correspondentes às frequências naturais determinadas experimentalmente aparentarem afastar-se da linearidade da equação da teoria das cordas vibrantes, não foram identificadas frequências naturais suficientes para quantificar a influência dos efeitos da rigidez de flexão nos resultados.

Com o decréscimo do comprimento dos tirantes foram identificadas cada vez menos frequências naturais, pelo que em nenhum destes tirantes é possível observar a influência dos efeitos da rigidez de flexão que seria esperada. Apesar de ter sido utilizada uma frequência de aquisição de dados de 100 Hz, que deveria possibilitar a identificação de frequências naturais até 40 Hz [8, 29], a menor flexibilidade dos tirantes mais curtos, que resulta em vibrações de menor

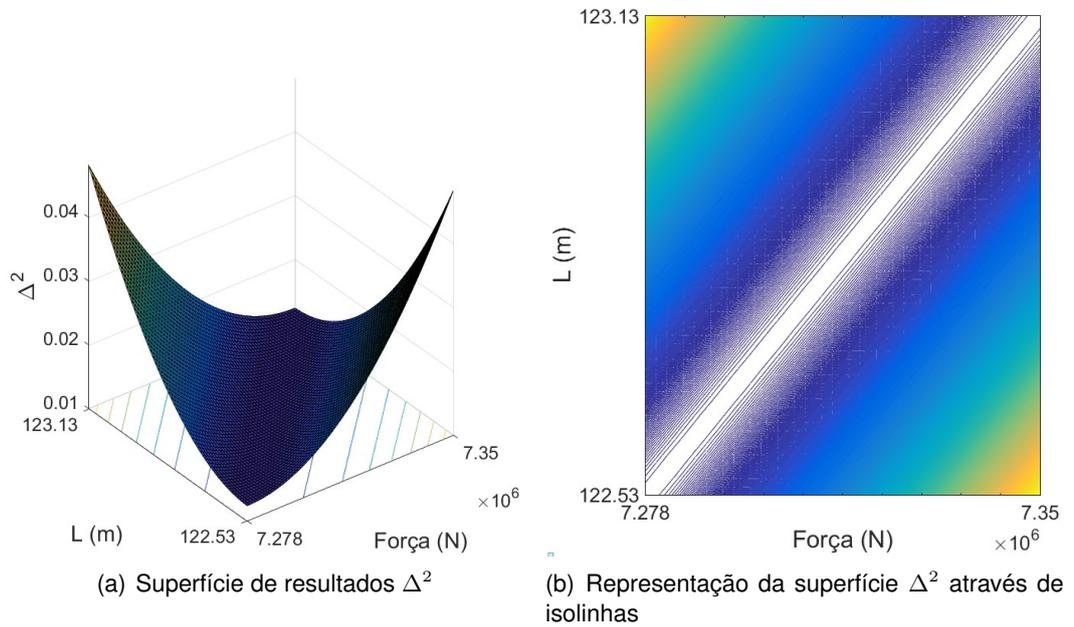


Figura 3.32: Superfície de Δ^2 para uma gama de valores N e L para o tirante T18t

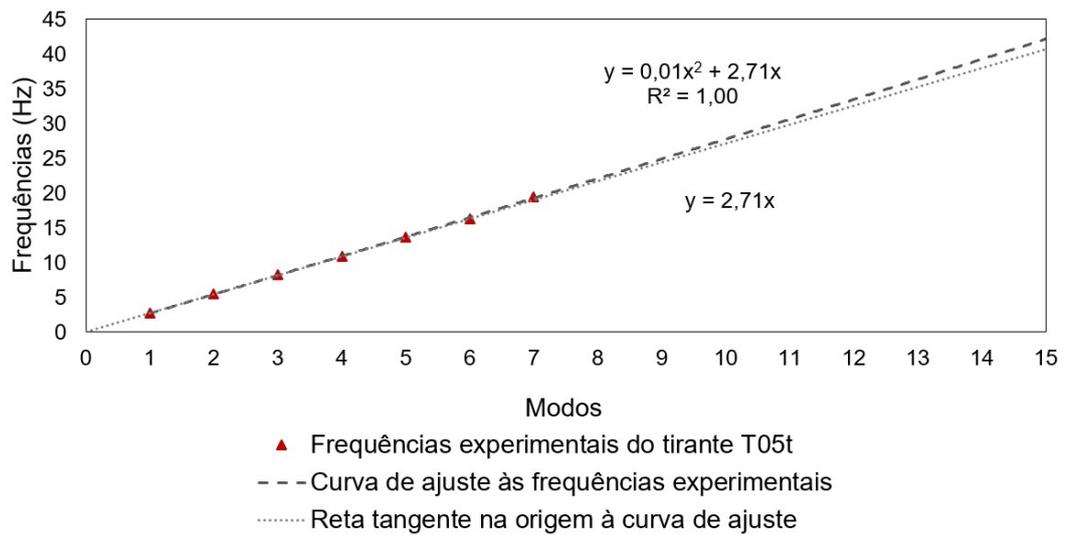


Figura 3.33: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T05t

amplitude, associada a um acelerómetro cuja sensibilidade poderá não ter sido suficiente para medir corretamente as pequenas acelerações do elemento, poderá estar na causa da pouca qualidade do espetro de resposta em acelerações obtido. Pela figura 3.34 é possível ainda verificar que o posicionamento do acelerómetro nos tirantes mais curtos ficou muito próximo do limite do tubo de anti-vandalismo dos tirantes da ponte, isto é, numa zona ainda menos flexível. Quanto mais próximo o tirante se encontra do mastro da ponte, maior é a sua inclinação. Esta inclinação associada à existência dos tubos de anti-vandalismo dos tirantes obriga à colocação do acelerómetro a alturas cada vez maiores. Apesar de se ter recorrido a um escadote de auxílio na colocação dos acelerómetros é evidente a dificuldade no seu posicionamento.

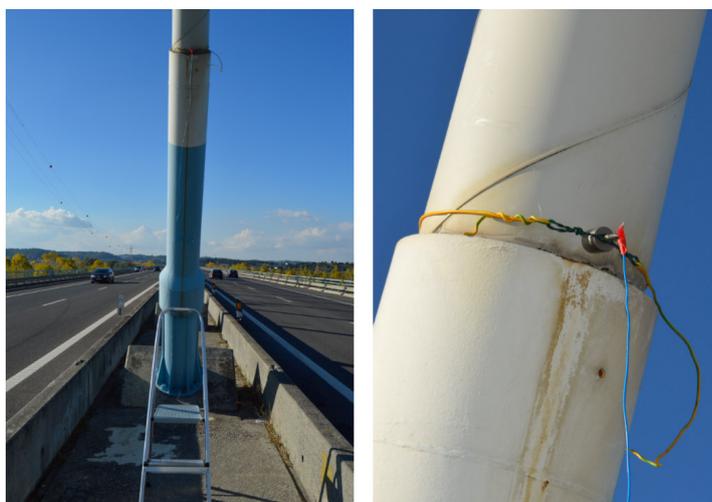


Figura 3.34: Posicionamento do acelerómetro no tirante T01t

Dos tirantes com comprimentos dentro do intervalo de valores de 50 a 200 m, os tirantes T06t, T07t e T09t são aqueles para os quais foram identificadas menos frequências naturais experimentais, pelo que se admite que o ligeiro desvio observado da relação linear da teoria das cordas vibrantes se deve a este facto.

As forças instaladas nos tirantes T01t a T18t da ponte Salgueiro Maia estão apresentadas na tabela 3.24. Para os tirantes T06t a T18t a caracterização da força instalada foi realizada a partir da equação da teoria das cordas vibrantes, sendo o erro associado resultante da incerteza na definição do comprimento livre de vibração. Relativamente aos tirantes T01t a T05t, a força foi calculada não só a partir da teoria das cordas vibrantes como a partir da formulação corretiva considerando 60% do valor da inércia equivalente [4]. Apesar de os efeitos da rigidez de flexão não serem evidentes para as frequências naturais determinadas sabe-se segundo a bibliografia [4, 6, 16, 15, 23] que existe a possibilidade de estes tirantes sofrerem os efeitos de EI . Os valores da força instalada nestes tirantes, apresentados na tabela 3.24, são os valores médios determinados apresentando-se a incerteza resultante da consideração dos efeitos de EI e de L .

Na figura 3.35 representa-se graficamente as forças estimadas para os 18 tirantes. Para cada tirante é indicado o intervalo de N estimado explicitado na

Tabela 3.24: Forças instaladas nos 18 tirantes

Tirante	N (kN)	ε_N (%)
T01t	4194	$\pm 7,4$
T02t	4315	$\pm 4,8$
T03t	4280	$\pm 4,2$
T04t	4429	$\pm 3,5$
T05t	4900	$\pm 3,0$
T06t	5244	$\pm 1,1$
T07t	5548	$\pm 1,0$
T08t	5906	$\pm 0,9$
T09t	5731	$\pm 0,9$
T10t	6450	$\pm 0,8$
T11t	6776	$\pm 0,7$
T12t	6819	$\pm 0,7$
T13t	7011	$\pm 0,6$
T14t	7180	$\pm 0,6$
T15t	7064	$\pm 0,6$
T16t	7070	$\pm 0,5$
T17t	7201	$\pm 0,5$
T18t	7314	$\pm 0,5$

tabela 3.24. De forma a ser possível fazer uma análise comparativa, são também indicadas as forças medidas pelas células de carga dos tirantes T15t, T11t, T06t e T02t em 2010.

Relembrando que o tirante T01t é tirante mais curto e o T18t o mais longo e afastado do pilar, é possível observar que são os tirantes mais compridos que estão sujeitos às maiores forças axiais.

A partir da figura 3.35 verifica-se também que as forças estimadas estão em coerência com as forças medidas pelas células de carga em 2010. Sabendo que não existiram intervenções na ponte que resultassem numa grande alteração das forças instaladas nos tirantes, a informação fornecida pela instrumentação vem aumentar o grau de confiança nos resultados obtidos. Na tabela 3.25 é possível verificar as forças fornecidas pelas células de carga em 2010 e o erro relativamente à força média estimada para os tirantes instrumentados com este equipamento.

Tabela 3.25: Comparação da força estimada com a medida em 2010 a partir de células de carga

Tirante	$N_{\text{células carga}}$ (kN)	N (kN)	ε (%)
T02t	3800	4315	11,9
T06t	5450	5244	3,9
T11t	6650	6776	1,9
T15t	7400	7064	4,8

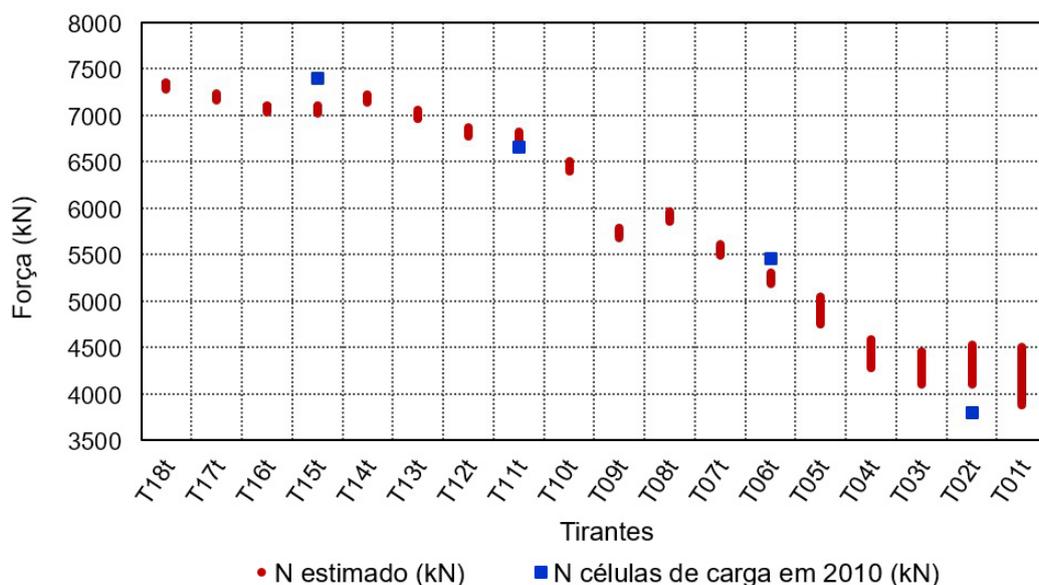


Figura 3.35: Representação da força instalada nos tirantes

À semelhança do que aconteceu com os cabos de pré-esforço exterior, foi realizada uma modelação em elementos finitos para tirantes da ponte Salgueiro Maia como meio de verificação e validação dos resultados obtidos. A modelação foi realizada para os tirantes extremos, admitindo-se que se as estimativas apresentadas na tabela 3.24 forem admissíveis para estes tirantes, então as estimativas realizadas para os tirantes intermédios são igualmente admissíveis. No anexo C são apresentados os aspetos mais relevantes das modelações numéricas realizadas neste capítulo.

Considerando o caso do tirante T18t, sabe-se que a incerteza na determinação do seu valor está apenas relacionada com a incerteza na definição do seu comprimento livre de vibração, sendo que a força máxima estimada é obtida considerando o seu comprimento máximo e a força mínima o seu comprimento mínimo. Na figura 3.36 apresentam-se os resultados obtidos a partir das modelações numéricas realizadas, tendo em conta os aspetos referidos e o facto de o comportamento do tirante ser aproximado pelo comportamento de uma corda, ou seja, sem a consideração de EI .

Na figura 3.36 é possível verificar que as frequências naturais identificadas a partir da modelação numérica realizada de acordo com as considerações admitidas ao longo da dissertação e com resultados finais obtidos, coincidem com as frequências naturais determinadas experimentalmente. Desta forma, concluiu-se que a estimativa da força instalada no tirante T18t é uma boa estimativa.

Relativamente ao tirante T01t sabe-se que a força mínima apresentada na tabela 3.24 é atingida quando se considera o seu comprimento mínimo e uma inércia da secção de 60% de I_{eq} . Já o valor máximo diz respeito ao valor obtido pela teoria da cordas vibrantes para o comprimento máximo estimado do tirante. De acordo com os aspetos referidos procedeu-se à modelação numérica do tirante

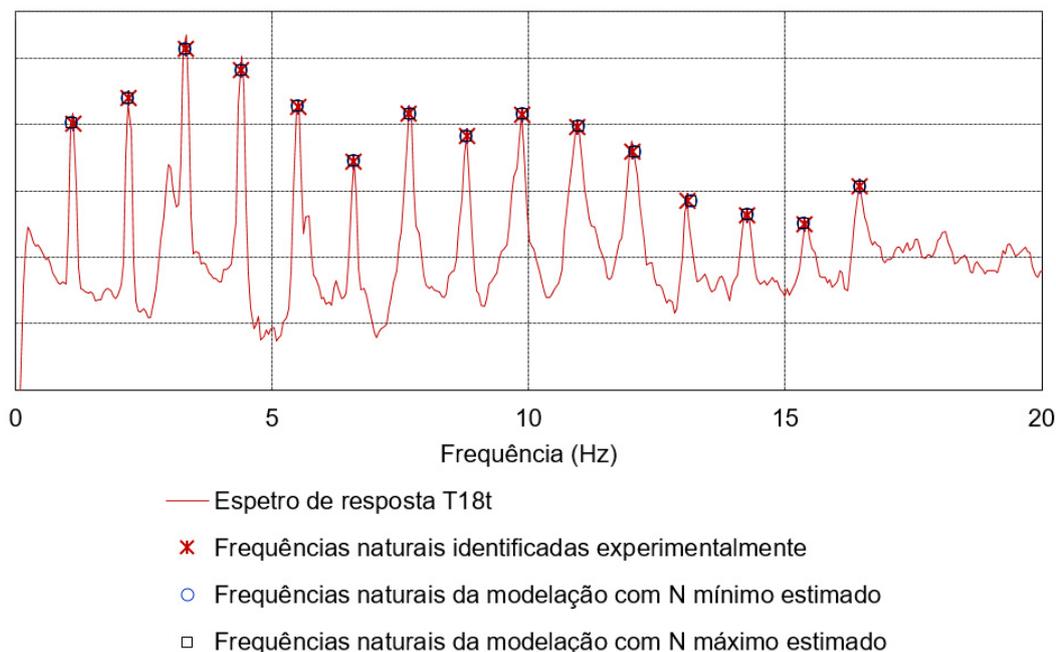


Figura 3.36: Verificação dos resultados a partir da comparação com as frequências naturais da modelação numérica

T01t cujos resultados se apresentam na figura 3.37.

A partir da figura 3.37 é possível perceber que a estimativa realizada para o tirante T01t não é tão satisfatória como a realizada para o tirante T18t. As poucas frequências naturais identificadas e a falta de qualidade do espectro de resposta aumentam a dificuldade na determinação de um resultado coerente. É no entanto perceptível na figura 3.38, que ilustra os resultados obtidos a partir da modelação do tirante T02t, que a identificação de mais frequências naturais experimentais levam a resultados que apresentam uma boa relação com os obtidos a partir da modelação numérica.

Apesar dos resultados para o tirante T01t poderem ser questionáveis, a estimativa da força instalada nos tirantes T02t ao T18t a partir da teoria das cordas vibrantes e da formulação corretiva de Mehrabi e Tabatabai é bastante satisfatória, apresentando uma importante coerência com os valores obtidos a partir das células de carga dos tirantes e com a modelação numérica realizada.

3.7 Conclusão

Ao longo do capítulo 3 que é agora concluído, foi apresentado todo o estudo realizado na Ponte Salgueiro Maia que levou à determinação da força instalada em 4 cabos de pré-esforço exterior do tabuleiro e 18 tirantes.

Os elementos estudados começaram por ser caracterizados de forma a ser possível a aplicação das formulações teóricas. Com base em informações fornecidas pelas Infraestruturas de Portugal e em outros pressupostos

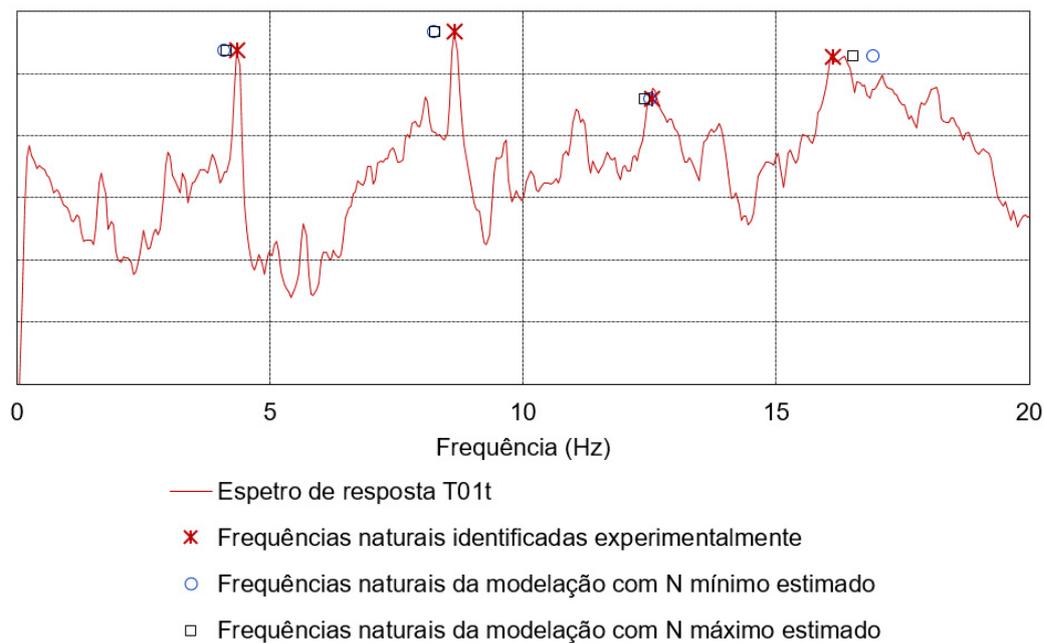


Figura 3.37: Verificação dos resultados a partir da comparação com as frequências naturais da modelação numérica

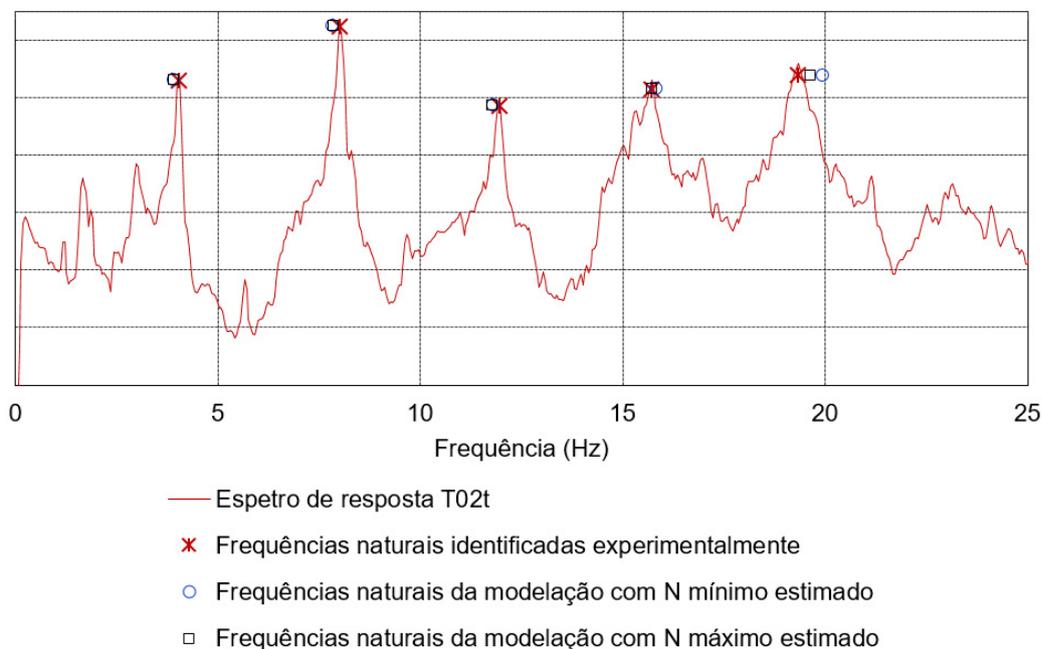


Figura 3.38: Verificação dos resultados a partir da comparação com as frequências naturais da modelação numérica

devidamente apresentados e justificados, foram definidos a massa por unidade de comprimento, o comprimento de vibração livre e o momento de inércia dos elementos.

Após a definição das características dos elementos foi realizada uma estimativa das frequências naturais esperadas de forma a ser possível a preparação da campanha experimental e a definição de parâmetros importantes como a frequência de aquisição de dados durante as medições.

A campanha experimental foi devidamente descrita no ponto 3.5 tendo sido apresentada a instrumentação utilizada e os procedimentos de ensaio realizados.

Finalmente, a determinação das forças instaladas nos cabos de pré-esforço exterior e nos tirantes foi apresentada, tendo sido explicados detalhadamente os processos adotados e as ferramentas auxiliares utilizadas na percepção global do problema. Para os cabos de pré-esforço a aplicação do algoritmo A e a observação do gráfico de ajuste às frequências naturais determinadas experimentalmente foram essenciais para concluir quanto à influência dos efeitos da rigidez de flexão que levou a resultados devidamente validados pela modelação numérica. Relativamente aos tirantes, apesar da identificação modal dos tirantes mais curtos não ter permitido a quantificação dos efeitos de EI , os resultados obtidos foram globalmente satisfatórios e coerentes com as informações retiradas das células de carga existentes em alguns dos tirantes e com os resultados obtidos a partir da modelação numérica realizada para os tirantes extremos.

No capítulo seguinte serão apresentadas as conclusões finais do trabalho desenvolvido no âmbito da dissertação de mestrado e algumas propostas para estudos e desenvolvimentos futuros.

Capítulo 4

Conclusões

4.1 Conclusões Gerais

A caracterização das forças instaladas em cabos e tirantes a partir de ensaios de vibração ambiental foi introduzida como uma técnica de monitorização que permite alcançar resultados bastante satisfatórios a partir de ensaios expeditos. O estudo levado a cabo no âmbito da dissertação de mestrado que aqui se apresenta vem corroborar essa afirmação, concluindo-se que os resultados obtidos a partir da simples medição das acelerações dos cabos de pré-esforço exterior e dos tirantes da ponte Salgueiro Maia são resultados satisfatórios, que se apresentam em coerência com informações fornecidas pelo projeto da ponte, medições da instrumentação existente e ainda com resultados obtidos através de modelação numérica em elementos finitos.

O estudo dos 18 tirantes da ponte revelou as principais dificuldades e problemas que podem surgir na caracterização da força instalada a partir de ensaios de vibração ambiental. Neste caso de estudo particular, a falta de informação relativa ao posicionamento dos desviadores no interior das bainhas de proteção dos tirantes levou a uma incerteza na definição do seu comprimento livre de vibração. Como foi possível verificar para os tirantes em que foi aplicada a teoria base das cordas vibrantes, a incerteza na definição do comprimento livre de vibração resulta em cerca do dobro da incerteza na determinação da força instalada. Desta forma, à medida que o comprimento total dos tirantes vai diminuindo a incerteza na estimativa realizada vai tornando-se cada vez menos irrelevante. É importante no entanto referir, que na generalidade dos casos, a posição dos desviadores é devidamente explicitada no projeto dos tirantes, pelo que a incerteza na definição de L , conforme realizada na presente dissertação, poderá não existir. Ainda relativamente a este aspeto, se o objetivo das medições for a verificação qualitativa da alteração das forças instaladas ao longo do tempo, e não a determinação do seu valor, a definição exata de L perde relevância, sendo que a análise qualitativa ao longo do tempo exige apenas a consideração do mesmo valor do comprimento nas diferentes estimativas.

Outro aspeto que é necessário ter em consideração no estudo de tirantes através de ensaios de vibração ambiental é a fraca identificação modal que pode resultar dos tirantes mais curtos. Para os tirantes T01t a T05t as frequências

naturais obtidas experimentalmente não foram suficientes para concluir quanto aos efeitos da rigidez de flexão na determinação da força instalada. Desta forma, a incerteza associada à estimativa da força realizada apresenta os valores mais altos entre a totalidade dos elementos ensaiados.

Apesar das dificuldades encontradas no estudo dos tirantes da ponte Salgueiro Maia, os resultados obtidos apresentam uma coerência satisfatória com as informações fornecidas pelas células de carga existentes em alguns dos tirantes da ponte e com os resultados da modelação numérica realizada.

Também os resultados do estudo dos cabos de pré-esforço exterior do tabuleiro da ponte são apoiados pela modelação numérica e pelas informações fornecidas no projeto. Para estes cabos a identificação modal revelou a importância dos efeitos da rigidez de flexão no seu comportamento através da representação gráfica das curvas de ajuste e dos resultados obtidos a partir do algoritmo A desenvolvido. Caso os efeitos de EI não tivessem sido contabilizados, a aplicação da teoria base das cordas vibrantes poderia representar um desvio de 8% dos resultados obtidos considerando a formulação de Mehrabi e Tabatabai.

4.2 Perspetivas de Desenvolvimento Futuro

O estudo realizado aos cabos de pré-esforço exterior e aos tirantes da ponte Salgueiro Maia foi realizado através de formulações e modelos numéricos que consideram os elementos estudados isolados da estrutura em que se inserem. Para estruturas mais flexíveis, a contabilização da influência das condições de fronteira nos resultados obtidos poderá apresentar um ponto de interesse na aproximação da metodologia utilizada ao comportamento mais realístico da estrutura.

A determinação da força instalada nos tirantes mais curtos da ponte Salgueiro Maia foi bastante afetada pela fraca identificação modal que foi obtida para estes elementos. Desta forma, o estudo de técnicas de aquisição que permitam a identificação de um maior número de frequências naturais para os elementos menos flexíveis, como o recurso ao martelo de impacto, apresenta uma importância relevante para a realização de uma estimativa da força instalada com um grau de confiança elevado.

A maior dificuldade encontrada na definição dos parâmetros necessários para a aplicação das formulações teóricas aos tirantes da ponte Salgueiro Maia foi a definição do seu comprimento livre de vibração. A falta de informação relativamente à posição dos desviadores no interior da bainha de proteção gerou alguma incerteza na definição do comprimento livre a considerar. Uma vez que se provou que a incerteza na definição do comprimento livre de vibração pode resultar no dobro da incerteza na estimativa da força instalada através da teoria das cordas vibrantes, a criação de uma base de dados que permita admitir um posicionamento dos desviadores a partir de dados estatísticos seria importante para situações em que as informações existentes para esta definição não são suficientes.

Finalmente, considerando os algoritmos desenvolvidos uma ferramenta que se revelou bastante relevante na perceção do problema e na determinação das forças

instaladas, a criação de um *software* que permita a sua aplicação de uma forma prática e simples para o utilizador apresentaria um desenvolvimento interessante capaz de auxiliar futuros estudos de caracterização das forças instaladas em cabos e tirantes a partir de ensaios de vibração ambiental.

Referências bibliográficas

- [1] Appleton, J.: *Estruturas de Betão*, volume 1, capítulo 3, páginas 192–196. Edições Orion, 2013.
- [2] Caeiro, B.: *Avaliação em Tempo Real de Forças em Cabos*. Tese de Mestrado, ISEL, 2014.
- [3] Caetano, E.: *Dynamics of Cable-stayed Bridges: Experimental Assessment of Cable-Structure Interaction*. Tese de Doutoramento, FEUP, 2000.
- [4] Caetano, E.: *Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges*, volume 9 de *Structural Engineering Documents*. IABSE, 2007. 188 páginas.
- [5] Caetano, E.: *On the Identification of Cable Force from Vibration Measurements*. Em *IABSE-IASS 2011: Taller, Longer, Lighter*, páginas 1–9, 2011.
- [6] Caetano, E. e A. Cunha: *Dynamic Testing of Cable Structures*. Em *EVACES'15, 6th International Conference on Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, volume 24, páginas 1–15. MATEC Web of Conferences, 2015.
- [7] Calçada, R.: *Avaliação Experimental e Numérica de Efeitos Dinâmicos de Cargas de Tráfego em Pontes Rodoviárias*. Tese de Doutoramento, FEUP, 2001.
- [8] Cardoso, M., R. Sampaio, R. de Souza e E. Silva: *Operational Modal Analysis of Road-Rail Bridge*. Em *EVACES'15, 6th International Conference on Experimental Vibration Analysis for Civil Engineering Structures*, volume 24, páginas 1–5. MATEC Web of Conferences, 2015.
- [9] Cunha, A., E. Caetano e R. Delgado: *Dynamic Tests on Large Cable-Stayed Bridge*. *Journal of Bridge Engineering*, volume 6(nº1):páginas 54–62, 2001.
- [10] Ernst, H.: *Der E-modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges*. *Bauingenieur*, volume 40:páginas 52–55, 1965.
- [11] Freyssinet: *H1000 Stay cable system*. Freyssinet Sustainable Technology, catálogo, 2006. www.freyssinet.com.
- [12] Freyssinet: *Freyssinet HD Stay Cables*. Freyssinet Sustainable Technology, catálogo, 2007. www.freyssinet.com.

- [13] Freyssinet: *Freyssinet Prestressing - The system of the inventor of prestressed concrete*. Freyssinet Sustainable Technology, catálogo, 2010. www.freyssinet.com.
- [14] Ganz, H. e S. Vildaer: *Grouting of Post-Tensioning Tendons*, volume 5 de *VSL Report Series*, capítulo 3, páginas 18–19. VSL International LTD., 2002.
- [15] Geier, R.: *Evolution of Stay Cable Monitoring using Ambient Vibration*. IABSE Symposium Report, volume 88(nº2):páginas 13–18, 2004.
- [16] Geier, R., G. De Roeck e R. Flesch: *Accurate Cable Force Determination using Ambient Vibration Measurements*. *Structure and Infrastructure Engineering*, volume 2(nº1):páginas 43–52, 2006.
- [17] Hajdin, N., G.T. Michaltsos e T.G. Konstantakopoulos: *About the Equivalent Modulus of Elasticity of Cables of Cable-Stayed Bridges*. *Facta Universitatis*, volume 1(nº5):páginas 569–575, 1998.
- [18] Irvine, H.: *Cable Structures*. The Massachusetts Institute of Technology, 1981. 259 páginas.
- [19] Lanteigne, J.: *Theoretical Estimation of the Response of Helically Armored Cables to Tension, Torsion, and Bending*. *Journal of Applied Mechanics*, volume 52:páginas 423–432, 1985.
- [20] Malheiro, Luís: *Fotografia: Ponte Salgueiro Maia*. olhares.sapo.pt. consultado a Dezembro de 2016.
- [21] Marecos, V.: *Controlo da Segurança de Pontes em Tempo Real*. Tese de Mestrado, IST, 2007.
- [22] Mars, Ph. e D. Hardy: *Mesure des Efforts dans les Structures a Cables*. *Annales TP Belgique*, volume 6:páginas 515–531, 1985.
- [23] Mehrabi, B. e H. Tabatabai: *Unified Finite Difference Formulation for Free Vibration of Cables*. *Journal of Structural Engineering*, volume 124(nº11):páginas 1313–1322, 1998.
- [24] Morse, P. e K. Ingard: *Theoretical Acoustics*. International Series in Pure and Applied Physics. McGraw-Hill Inc., 1968. 911 páginas.
- [25] Peeters, B., G. Couvreur, O. Razinkov, C. Kündig, H. Van der Auweraer e G. De Roeck: *Continuous Monitoring of the Oresund Bridge: System and Data Analysis*. *Structure and Infrastructure Engineering*, volume 5(nº5):páginas 395–405, 2009.
- [26] Projeto: *IC10 - Ponte sobre o Rio Tejo em Santarém e Acessos Imediatos*. J. L. Câncio Martins Projetos de Estruturas Lda., 1995. Direção dos Serviços de Pontes - Divisão de Projetos.
- [27] Robert, J., D. Bruhat e J. Gervais: *Mesure de la Tension des Câbles par Méthode Vibratoire*. *Laboratoire des Ponts et Chaussées*, volume 173:páginas 109–114, 1991.

- [28] Rodrigues, J.: *Identificação Modal Estocástica*. Tese de Doutorado, FEUP, 2004.
- [29] Shannon, C.: *Communication in the Presence of Noise*. Proceedings of the IRE, volume 37(nº1):páginas 10–21, 1949.
- [30] Tabatabai, H.: *Inspection and Maintenance of Bridge Stay Cable Systems: a Synthesis of Highway Practice*, volume 353 de *National Cooperative Highway Research Program*. Transportation Research Board, 2005. 75 páginas.
- [31] Wilson, E.: *Three-Dimensional Static and Dynamic Analysis of Structures*, capítulo 11 e 17, páginas 151–164 e 252. Computers and Structures Inc., 1998.
- [32] www.csiamerica.com: *SAP2000 - CSI Knowledge Base*. Consultado a Março de 2017.
- [33] www.csiportugal.com: *Software SAP2000*. Computers and Structures, Inc.
- [34] www.hbm.com: *Software Catman*. HBM Test and Measurement.
- [35] www.istructe.org/structuralawards/home: *Fotografia: Qianximen Bridge*. consultado a Fevereiro de 2017.
- [36] www.mathworks.com: *Software MATLAB*. MathWorks.
- [37] www.mmstadium.com: *Fotografia: Moses Mabhida Stadium*. consultado a Fevereiro de 2017.
- [38] www.svibs.com: *Software ARTeMis*. Structural Vibration Solutions A/S.
- [39] www.ulprospector.com: *Prospector Materials and Ingredients Search Engine*. consultado a Março de 2017.

Apêndice A

Algoritmos

A.1 Algoritmos desenvolvidos aplicados em *MATLAB*

A incerteza na definição da inércia da secção transversal de cabos e tirantes torna o problema de identificação das forças instaladas através da formulação de Mehrabi e Tabatabai num problema de minimização a duas variáveis.

Sendo Δ^2 o somatório do quadrado da diferença entre as frequências experimentais $f_{i,\text{exp}}$ de ordem i e as frequências teóricas f_i para um determinado valor de N ,

$$\Delta^2 = \sum (f_{i,\text{exp}} - f_i)^2 \quad (\text{A.1})$$

o objetivo do problema passa por determinar simultaneamente o valor da força instalada e da inércia da secção transversal que melhor ajustam f_i às frequências naturais identificadas experimentalmente, ou seja, o par de valores (N, I) que minimiza Δ^2 .

O algoritmo desenvolvido, designado por algoritmo A, permite determinar com o auxílio do *software MATLAB* os valores de Δ^2 para uma gama de valores de N e de I previamente indicada.

Na figura A.1 representa-se através de um diagrama o algoritmo desenvolvido para a resolução do problema de minimização a duas variáveis.

O processo é iniciado com a introdução das frequências naturais determinadas experimentalmente e com a definição dos seguintes parâmetros:

- o comprimento livre de vibração, L (m)
- a projecção horizontal do comprimento livre, L_h (m)
- a massa por unidade de comprimento, m (kg/m)
- a área da secção transversal do elemento, A (m²)
- o peso volúmico aço, γ (N/m³)
- o módulo de elasticidade do aço, E_0 (Pa)
- a inércia equivalente da secção, I_{eq} (m⁴)

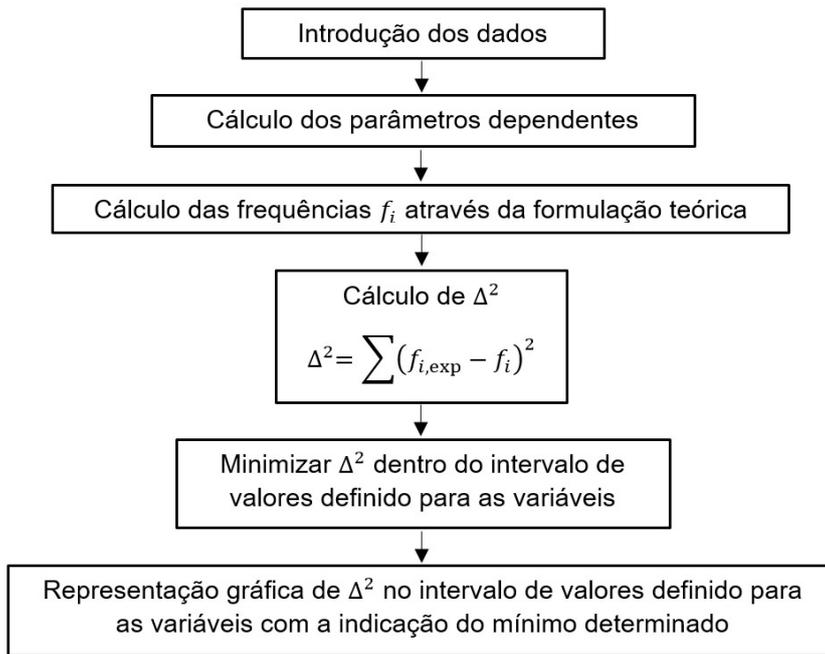


Figura A.1: Diagrama esquemático dos algoritmos desenvolvidos

Ainda no primeiro passo do algoritmo devem ser indicadas as gamas de valores de N e da percentagem da inércia equivalente I_{eq} para as quais se pretende determinar os valores de Δ^2 , assim como o intervalo mínimo a considerar dentro de cada gama.

A partir dos dados introduzidos é possível calcular para todos os valores de N e de I_{eq} indicados os parâmetros dependentes apresentados na tabela A.1.

Após o cálculo dos parâmetros dependentes são determinadas as frequências naturais teóricas para cada modo de vibração i e para todos os valores dentro da gama N e I_{eq} . O cálculo das frequências naturais teóricas é realizado a partir da formulação de Mehrabi e Tabatabai [23] conforme a equação (A.2).

$$f_i = \frac{i}{2L} \sqrt{\frac{N}{m}} \left(\alpha\beta_i - 0,24\frac{\mu}{\zeta} \right) \quad (\text{A.2})$$

Com as frequências teóricas calculadas é possível determinar Δ^2 para todos os valores de N e I_{eq} através da expressão (A.1).

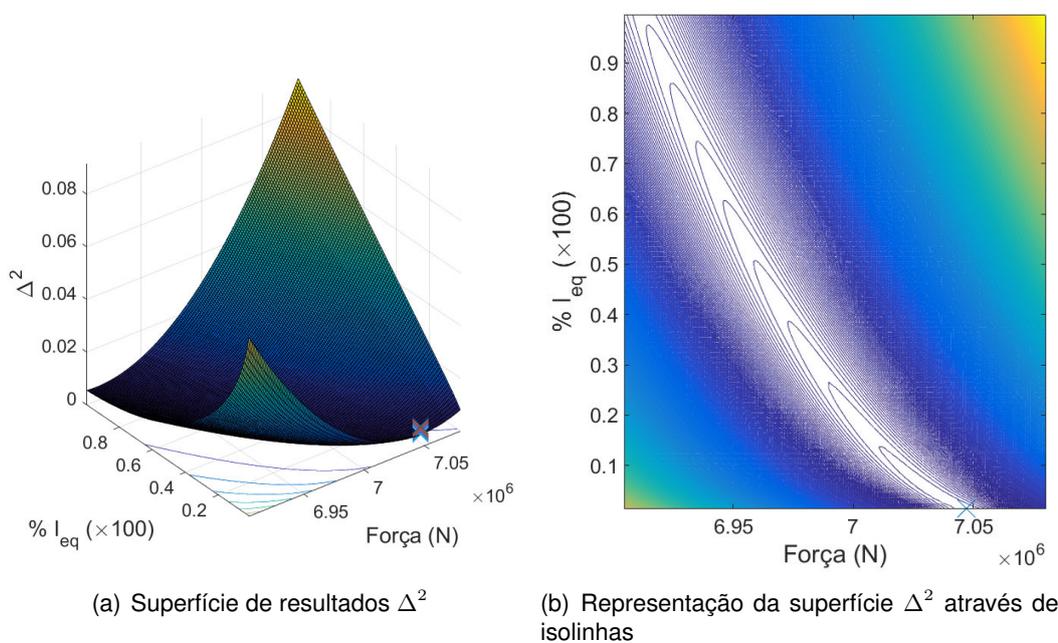
Com o valor de Δ^2 definido para cada par de valores (N, I) dentro das gamas indicadas inicialmente, é identificado o par para o qual Δ^2 toma o valor mínimo.

Finalmente, os valores de Δ^2 são representados graficamente a três dimensões, sendo o mínimo devidamente identificado na superfície de valores. Na figura A.2 (a) apresenta-se um exemplo da superfície obtida a partir da aplicação do algoritmo A. O gráfico na figura A.2 (b) é a representação da superfície de três dimensões no plano através de isolinhas.

A incerteza na definição do comprimento livre de vibração dos tirantes levou ao desenvolvimento do algoritmo B. Este algoritmo permite identificar visualmente

Tabela A.1: Cálculo dos parâmetros dependentes nos algoritmos A e B

Tensão instalada, σ	$\sigma = \frac{N}{A}$
Módulo de elasticidade equivalente, E_{eq}	$E_{eq} = E_0 \frac{1}{1 + \frac{\gamma^2 L_h^2 E_0}{12 (\sigma)^3}}$
Flecha na vertical medida a meio vão, d	$d = \frac{mgL^2}{8N}$
Comprimento virtual, L_e	$L_e \approx L \left[1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right]$
Parâmetro de Irvine, λ^2	$\lambda^2 = \left(\frac{mgL}{N} \right)^2 \frac{L}{NL_e/E_{eq}A}$
Parâmetro normalizado da rigidez de flexão, ζ	$\zeta = \sqrt{\frac{NL^2}{E_{eq}I_{eq}}}$
Parâmetro β_i	$\beta_i = 1 + \frac{2}{\zeta} + \left(4 + \frac{i\pi^2}{2} \right) \frac{1}{\zeta}$
Parâmetro μ	$\mu = \lambda^2$ se $i = 1$ $\mu = 0$ se $i > 1$
Parâmetro α	$\alpha = 1 + 0,039\mu$

Figura A.2: Superfície de Δ^2 obtida a partir da aplicação do algoritmo A

o conjunto de valores de N que minimiza Δ^2 numa gama de valores de L definida previamente. O raciocínio lógico de que resulta este algoritmo é o mesmo do adotado no algoritmo A, sendo a principal diferença a definição dos parâmetros iniciais. Tal como acontece no algoritmo A, o algoritmo B é iniciado com a introdução das frequências naturais determinadas experimentalmente. Os restantes parâmetros a introduzir são no entanto os seguintes:

- a massa por unidade de comprimento, m (kg/m)
- a área da secção transversal do elemento, A (m²)
- o peso volúmico aço, γ (kN/m³)
- o módulo de elasticidade do aço, E_0 (Pa)
- a inércia equivalente da secção, I_{eq} (m⁴)
- a percentagem da inércia equivalente a considerar, $\%I_{eq}$ (%)

Na fase inicial devem ainda ser indicadas as gamas de valores de N e de L para as quais se pretende que sejam calculados os valores de Δ^2 , assim como o intervalo mínimo a considerar dentro de cada gama.

Os próximos passos são executados como os descritos para o algoritmo A, sendo que o resultado gráfico obtido é uma superfície conforme a apresentada nas figuras A.3 (a) e (b).

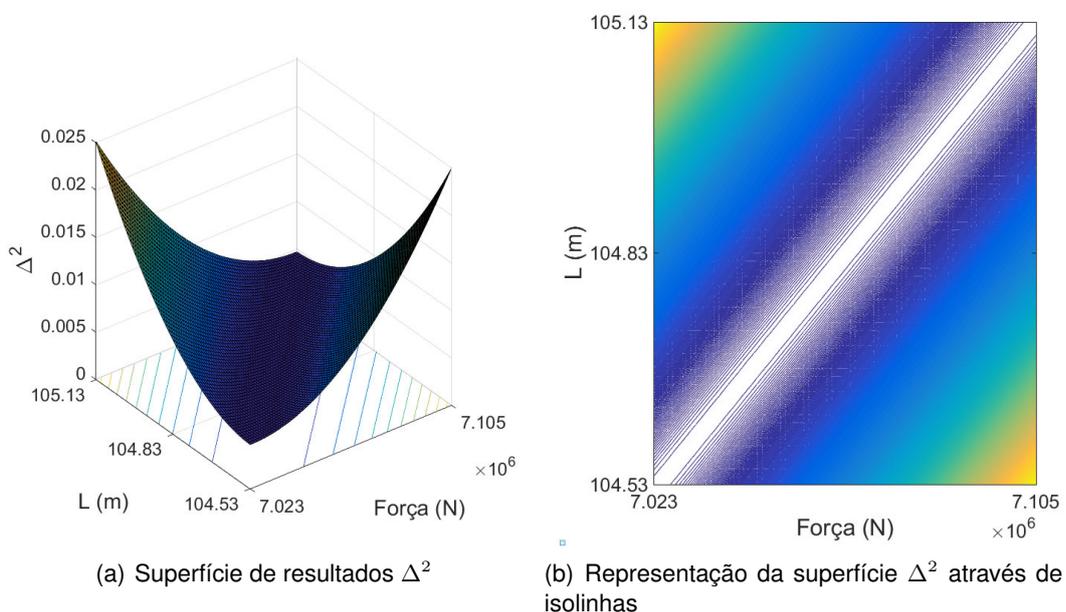


Figura A.3: Superfície de Δ^2 obtida a partir da aplicação do algoritmo B

Ao contrário dos resultados obtidos para o algoritmo A, a superfície resultante da aplicação do algoritmo B não apresenta um mínimo distinto mas sim um conjunto de pares de valores (N, L) que minimizam Δ^2 . Quanto menor for a

incerteza na definição do comprimento livre de vibração, menor será o intervalo de valores admissíveis para a força instalada N .

De seguida apresentam-se os códigos em *MATLAB* dos algoritmos A e B.

Código *MATLAB* do algoritmo A

```
%As unidades inseridas neste código devem estar em N, Pa, m, s e kg.
clear all;

%Introduzir as frequências naturais a, b, c,..., que correspondem,
%respetivamente, ao 1º, 2º, 3º,..., modos de vibração, em Hz.
freq_exp=[a b c]

%Introduzir o intervalo de valores para a força e o intervalo mínimo
%entre valores consecutivos, em N. (Ex: Valor mínimo de 3000N, valor
%máximo de 4000N, de 2 em 2N - [3000:2:4000])
N=[0:0:0];

%Introduzir o intervalo de valores da percentagem da inércia equivalente
%e o intervalo mínimo entre valores consecutivos, em valor absoluto.
%(Ex: Valor mínimo 0%, valor máximo 100%, de 1 em 1% - 0:0.01:1)
per = 0:0:0;

%Aceleração da gravidade em m/s^2
g = 9.81;

%Introduzir o comprimento livre de vibração do elemento e respetivo
%comprimento da sua projeção horizontal, em m.
L = 0;
Lh = 0;

%Introduzir a massa por unidade de comprimento do elemento, em kg/m.
m = 0;

%Introduzir a área de aço da secção, em m^2.
A = 0;

%Introduzir o peso específico do aço, em N/m^3
gamma_aco = 0;

%Introduzir o módulo e elasticidade do aço, em Pa.
EO = 0;

%Introduzir a inércia equivalente da secção, em m^4.
IO = 0;
```

```

%Código de definição da superfície que relaciona os valores da
%força do intervalo definido com os valores da inércia do intervalo
%definido.
ifreq = 1:length(freq_exp);
[all_N, all_per, all_ifreq] = meshgrid(N,per,ifreq);
I = all_per*I0;
sigma = all_N/A;
E = E0./(1.+gamma_aco^2*Lh^2*E0./12./sigma.^3);
d = m*g*L^2./(8*all_N);
Le = L*(1+8*(d/L).^2);
lambda2 = (m*g*L./all_N).^2.*L./(all_N.*Le./E/A);
zeta = sqrt(all_N*L^2./E./I);
beta = 1 + 2/zeta + (4+all_ifreq*pi()^2/2)./zeta.^2;
mu = 0*all_ifreq; mu(:, :, 1)=1; mu=mu.*lambda2;
alpha = 1+0.039*mu;
freq_num = all_ifreq/(2*L).*sqrt(all_N/m).*(alpha.*beta-0.24*mu./zeta);
tmpx=ones(1,length(N));
tmpy=ones(1,length(per));
[TMPX, TMPY, FREQ_EXP] = meshgrid(tmpx,tmpy,freq_exp);
delta2 = (freq_num-FREQ_EXP).^2;
sd2 = sum(delta2,3);

%Código de determinação do mínimo na superfície sd2.
[M,I]=min(sd2(:));
[I_row, I_col]=ind2sub(size(sd2),I);
per(I_row)
N(I_col)

%Representação gráfica da superfície em 3D e em 2D através de isolinhas.
figure
a1=subplot(1,2,1);
surf(N,per,sd2)
hold on
plot3(N(I_col),per(I_row),min(sd2),'x')
a2=subplot(1,2,2);
contour(N,per,sd2,1000)
hold on
plot3(N(I_col),per(I_row),min(sd2),'x')

```

Código *MATLAB* do algoritmo B

```

%As unidades inseridas neste código devem estar em N, Pa, m, s,
%kg e °.
clear all;

%Introduzir as frequências naturais a, b, c,..., que correspondem,
%respetivamente, ao 1°, 2°, 3°,..., modos de vibração, em Hz.

```

```
freq_exp=[a b c]

%Introduzir o intervalo de valores para a força e o intervalo mínimo
%entre valores consecutivos, em N. (Ex: Valor mínimo de 3000N, valor
%máximo de 4000N, de 2 em 2N - [3000:2:4000])
N=[0:0:0];

%Introduzir o intervalo de valores do comprimento livre de vibração e
%o intervalo mínimo entre valores consecutivos, em m. (Ex: Valor
%mínimo 100m, valor máximo 110m, de 0,1 em 0,1m - 100:0.1:110)
L =0:0:0;

%Aceleração da gravidade em m/s^2
g = 9.81;

%Introduzir a massa por unidade de comprimento do elemento, em kg/m.
m = 0;

%Introduzir a área de aço da secção, em m^2.
A = 0;

%Introduzir o peso específico do aço, em N/m^3
gamma_aco = 0;

%Introduzir o módulo e elasticidade do aço, em Pa.
EO = 0;

%Introduzir a inércia equivalente da secção, em m^4.
IO = 0;

%Introduzir a percentagem da inércia equivalente, em %.
per=0;

%Introduzir o ângulo que o tirante faz com a horizontal, em °.
ang_beta = 0;

%Introduzir o ângulo que o tirante faz com a vertical, em °.
ang_theta = 0;

%Código de definição da superfície que relaciona os valores da
%força do intervalo definido com os valores do comprimento livre
%de vibração definido.
ifreq = 1:length(freq_exp);
[all_N, all_L, all_ifreq] = meshgrid(N,L,ifreq);
I = per/100*Ieq;
sigma = all_N/A;
```

```

Lh = (all_L*(cos(ang_beta)+sin(ang_theta)))/2;
E = E0./(1.+gamma_aco^2*Lh.^2*E0./12./sigma.^3)
d = m*g*all_L.^2./(8*all_N);
Le = all_L.*(1+8*(d./all_L).^2);
lambda2 = (m*g.*all_L./all_N).^2.*all_L./(all_N.*Le./E/A);
zeta = sqrt(all_N.*all_L.^2./E./I);
beta = 1 + 2/zeta + (4+all_ifreq*pi()^2/2)./zeta.^2;
mu = 0*all_ifreq; mu(:, :, 1)=1; mu=mu.*lambda2;
alpha = 1+0.039*mu;
freq_num = all_ifreq./(2*all_L).*sqrt(all_N/m).*(alpha.*beta-0.24*mu./zeta);
tmpx=ones(1,length(N));
tmpy=ones(1,length(L));
[TMPX, TMPY, FREQ_EXP] = meshgrid(tmpx,tmpy,freq_exp);
delta2 = (freq_num-FREQ_EXP).^2;
sd2 = sum(delta2,3);

%Representação gráfica da superfície em 3D e em 2D através de isolinhas.
figure
a1=subplot(1,2,1);
surf(N,L,sd2)

a2=subplot(1,2,2);
contour(N,L,sd2,1000)

```

Apêndice B

Gráficos de Apoio

B.1 Sinais Registados e Identificação Modal

Apresentam-se de seguida os sinais registados nos ensaios aos diferentes elementos da ponte Salgueiro Maia, assim como a sua identificação modal realizada a partir dos espectros de resposta em acelerações obtidos.

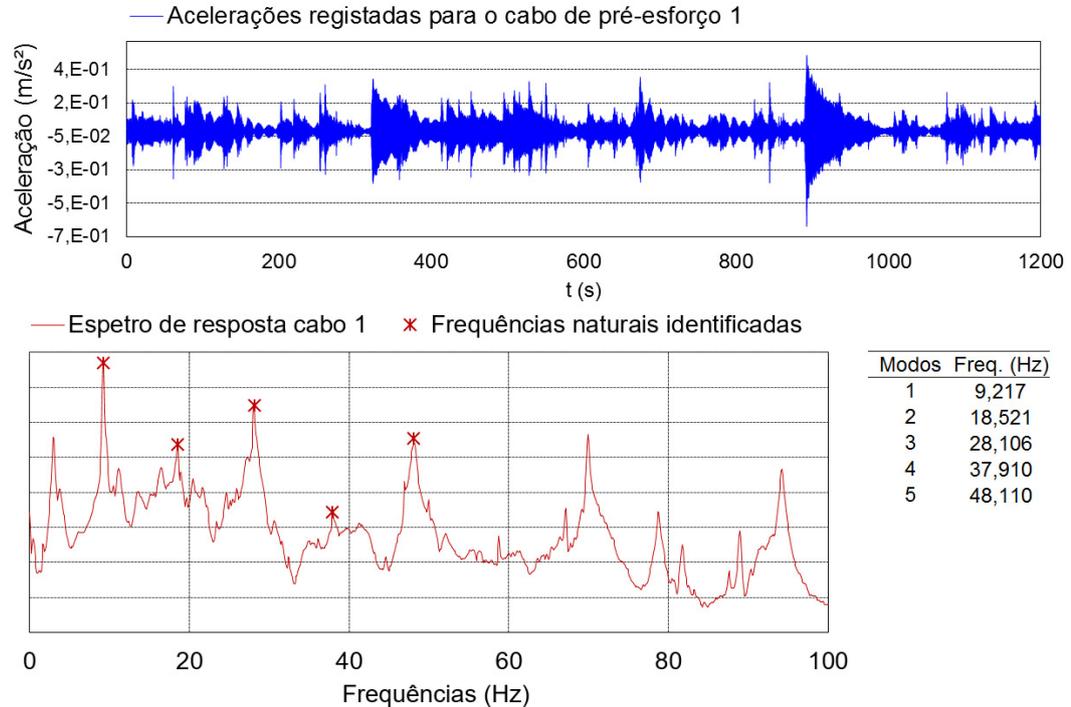


Figura B.1: Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 1

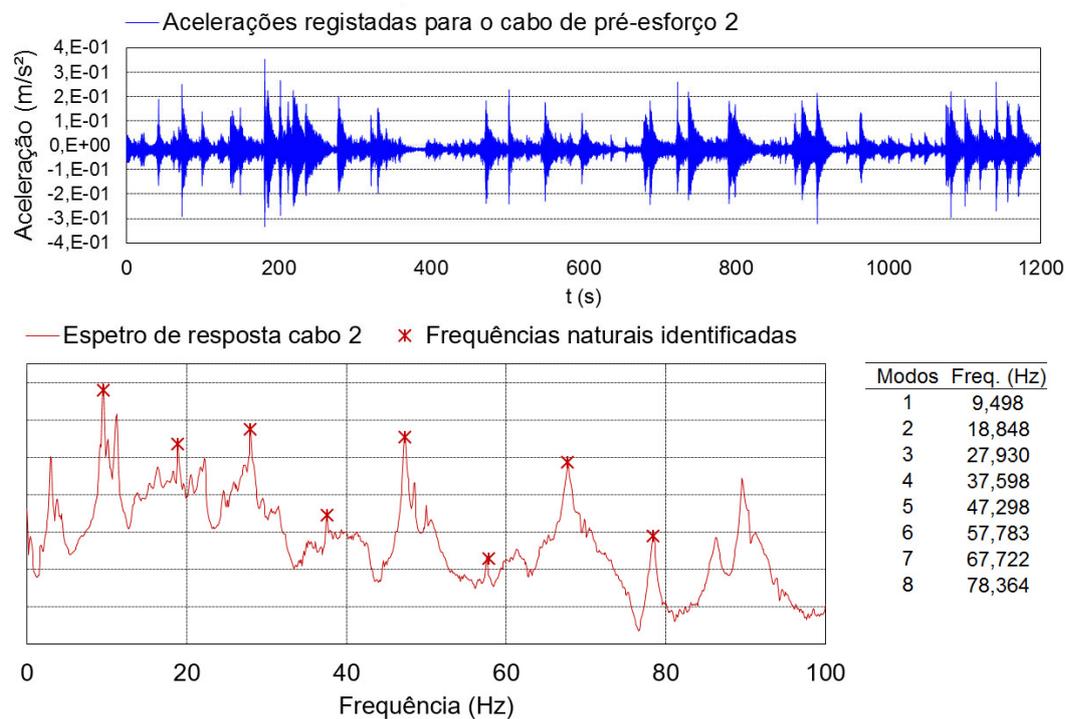


Figura B.2: Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 2

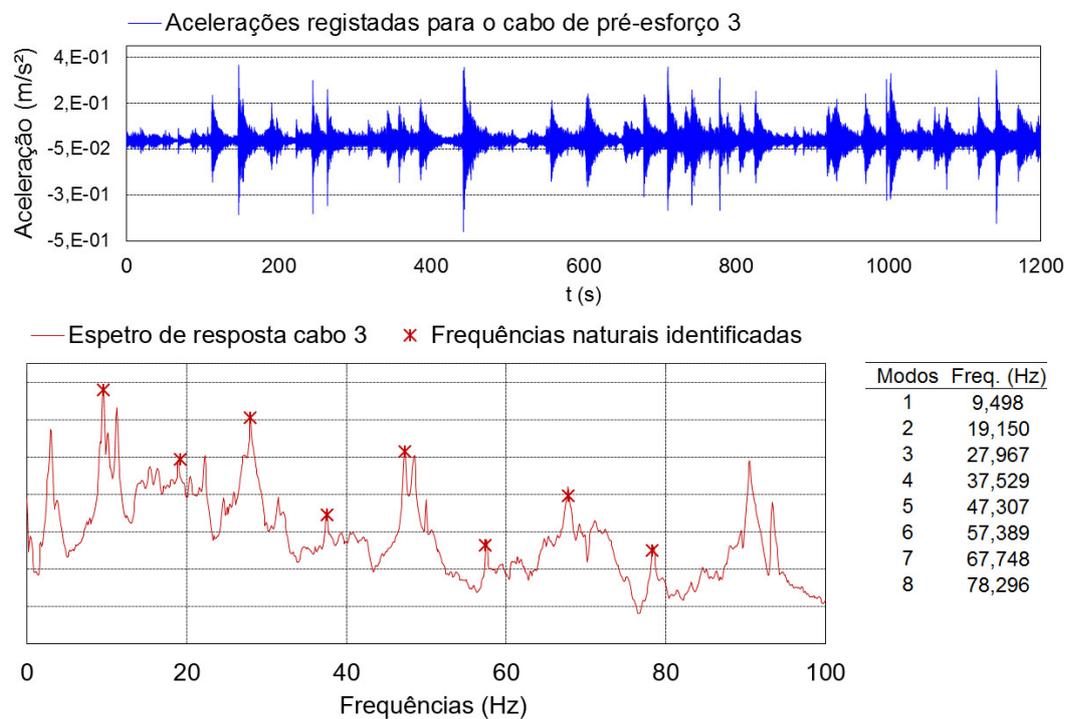


Figura B.3: Sinal registado e identificação modal do cabo de pré-esforço 3

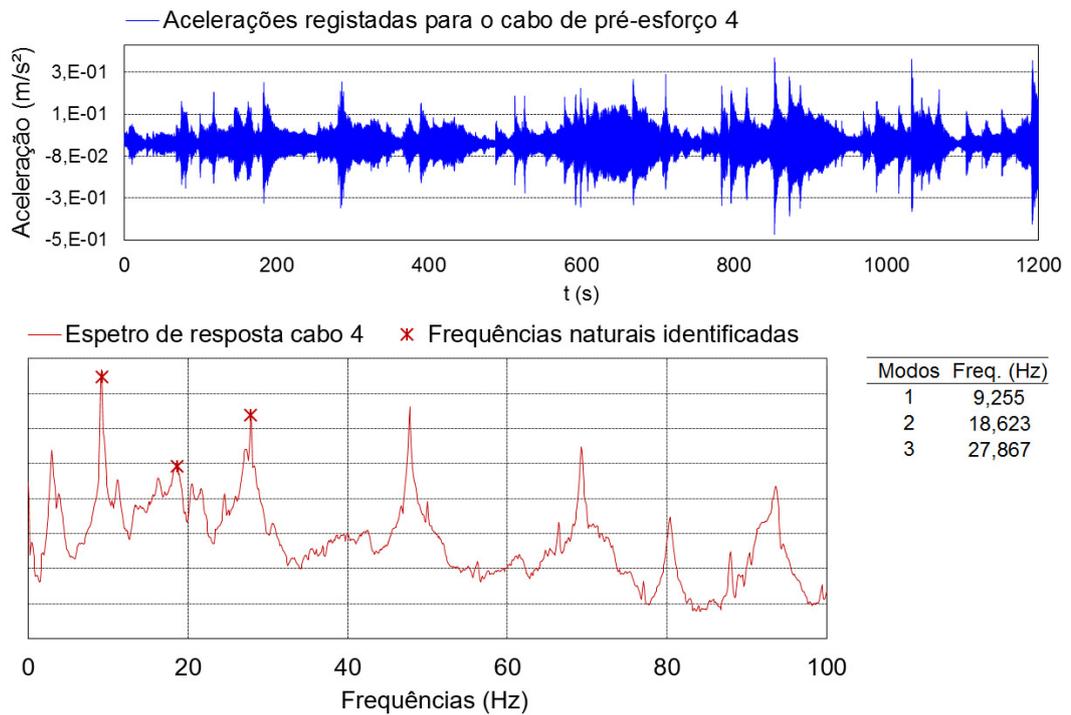


Figura B.4: Sinal registrado e identificação modal do cabo de pré-esforço 4

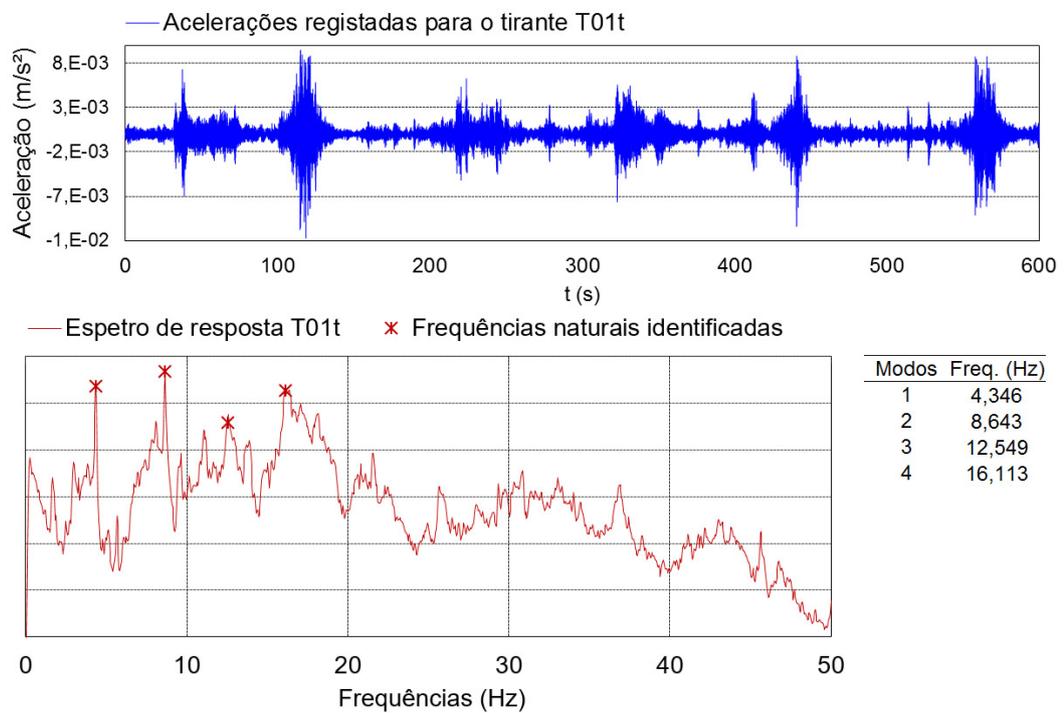


Figura B.5: Sinal registrado e identificação modal do tirante T01t

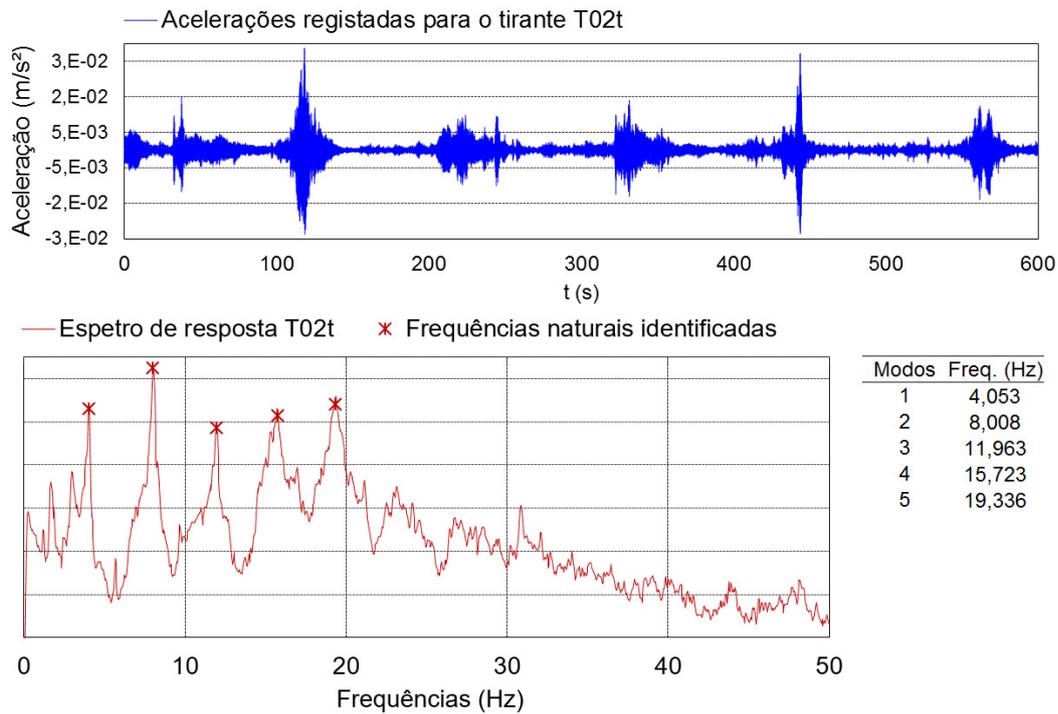


Figura B.6: Sinal registado e identificação modal do tirante T02t

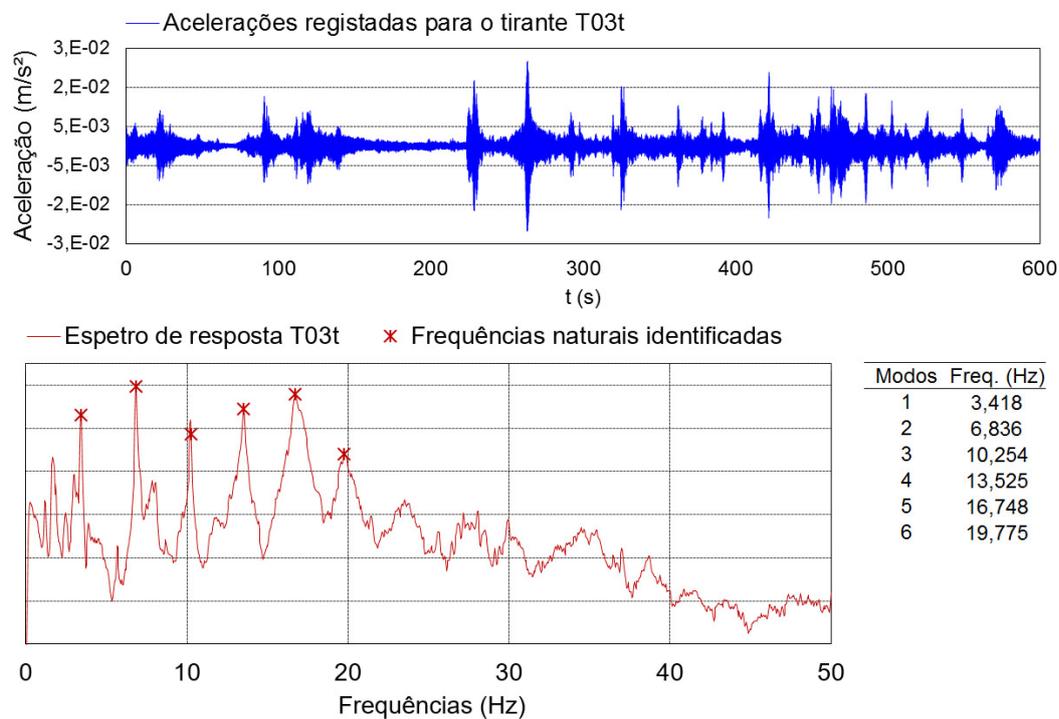


Figura B.7: Sinal registado e identificação modal do tirante T03t

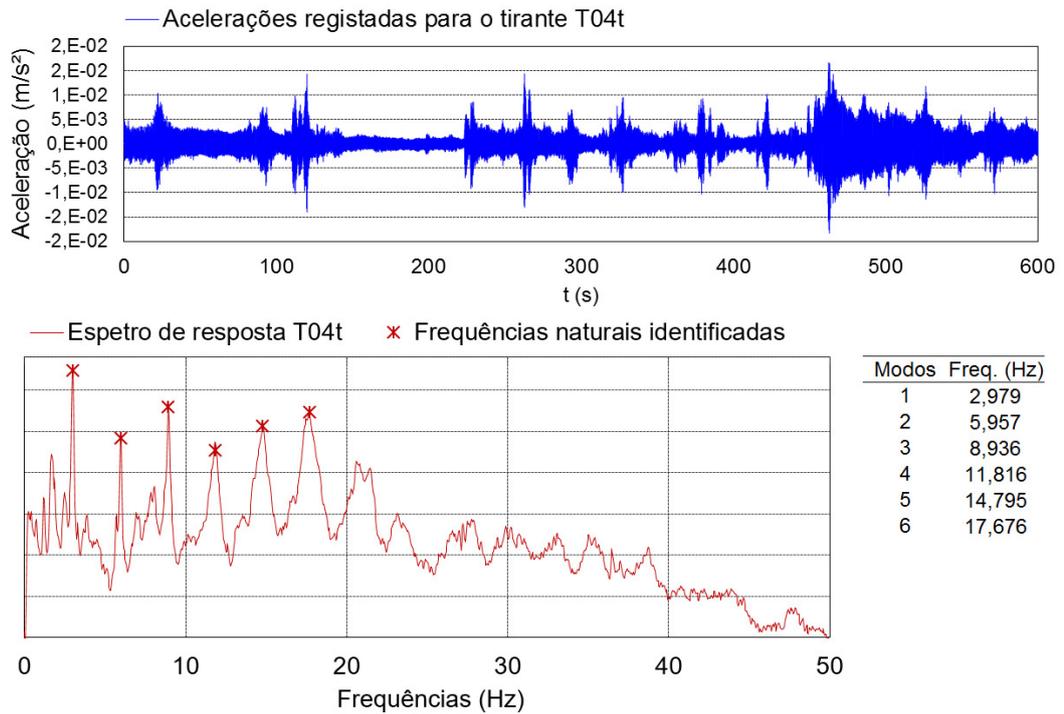


Figura B.8: Sinal registado e identificação modal do tirante T04t

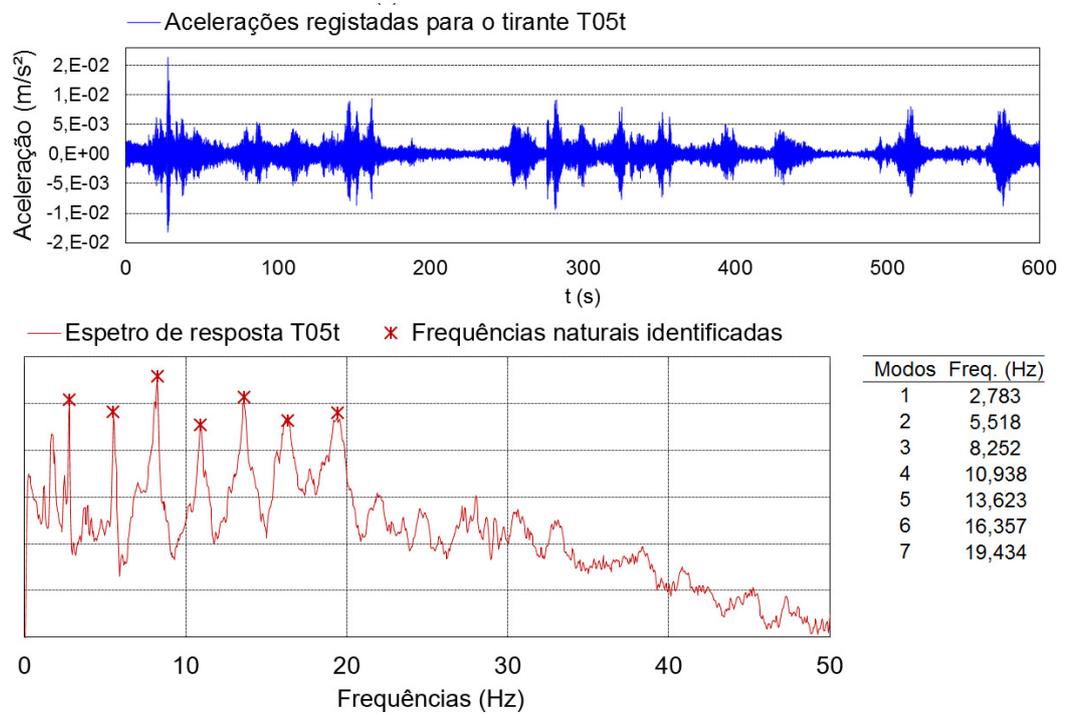


Figura B.9: Sinal registado e identificação modal do tirante T05t

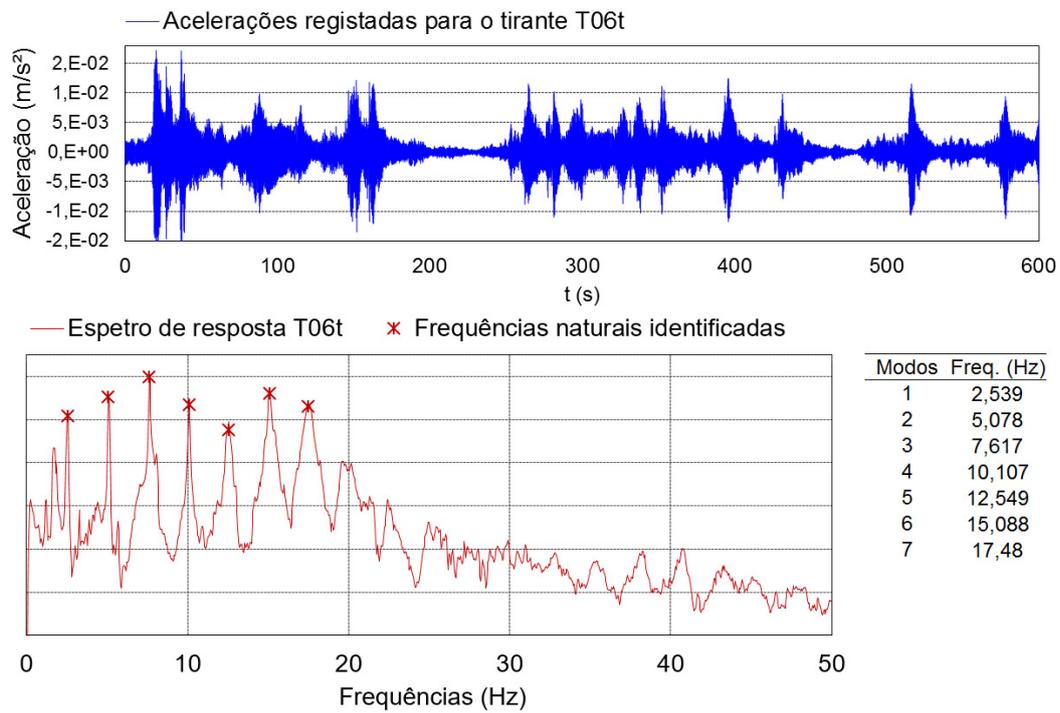


Figura B.10: Sinal registado e identificação modal do tirante T06t

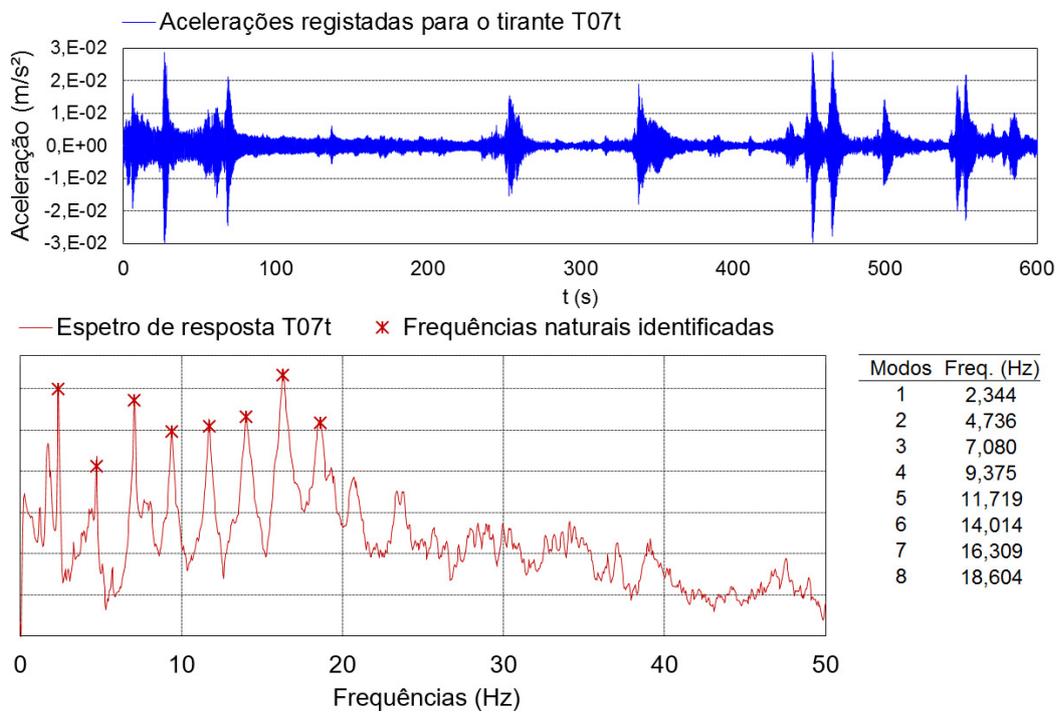


Figura B.11: Sinal registado e identificação modal do tirante T07t

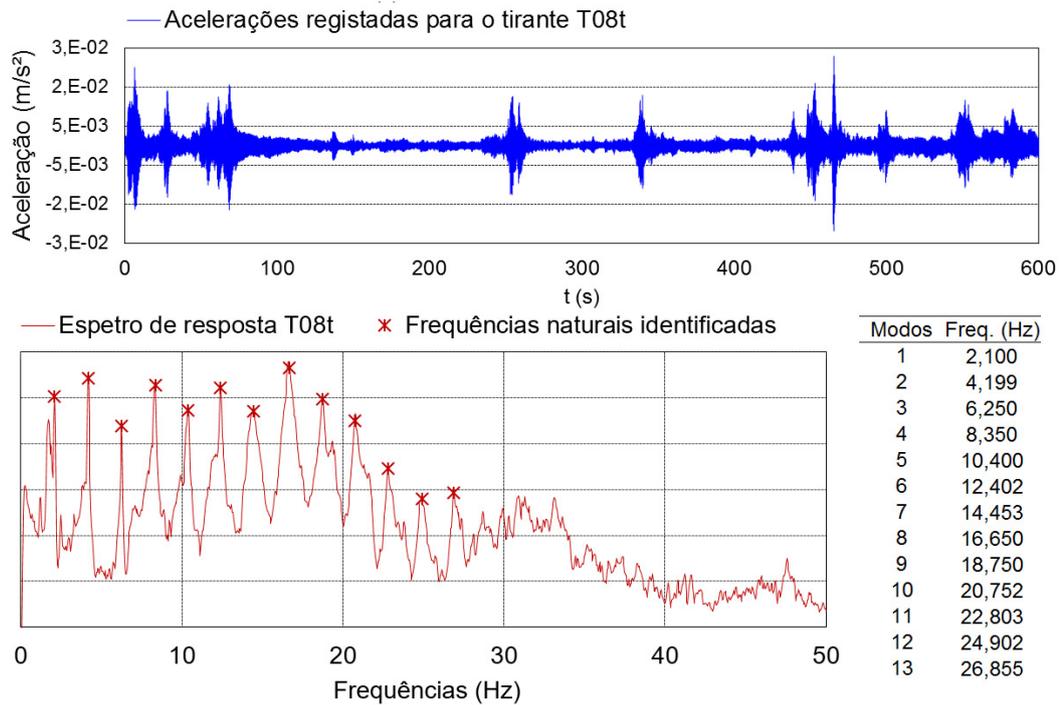


Figura B.12: Sinal registado e identificação modal do tirante T08t

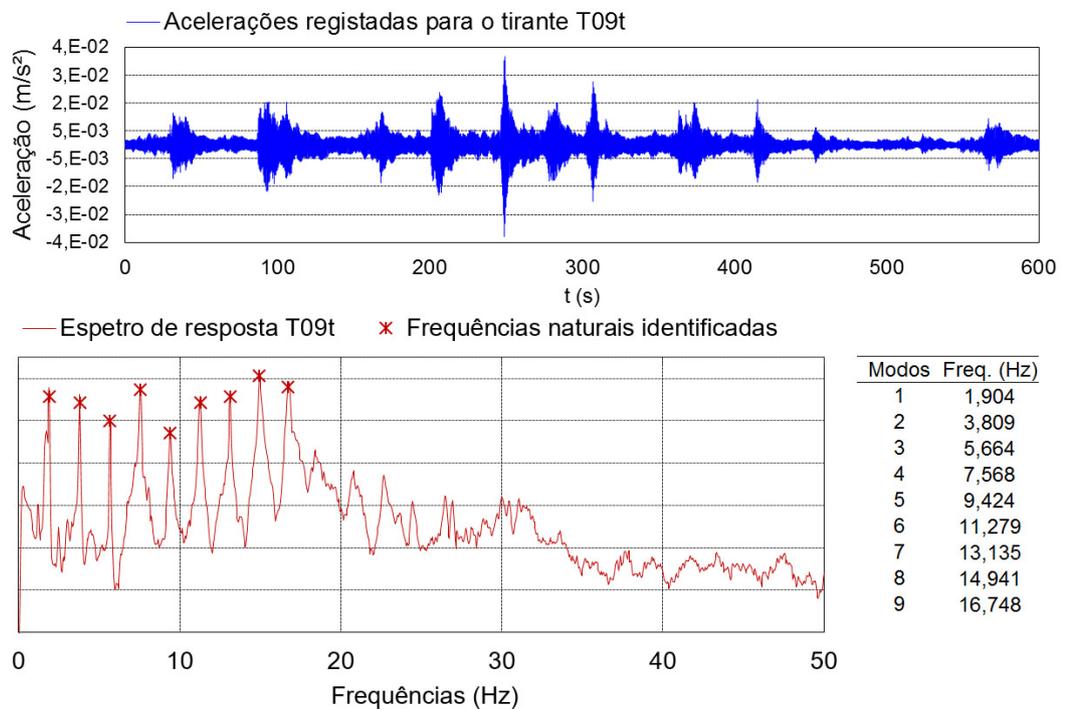


Figura B.13: Sinal registado e identificação modal do tirante T09t

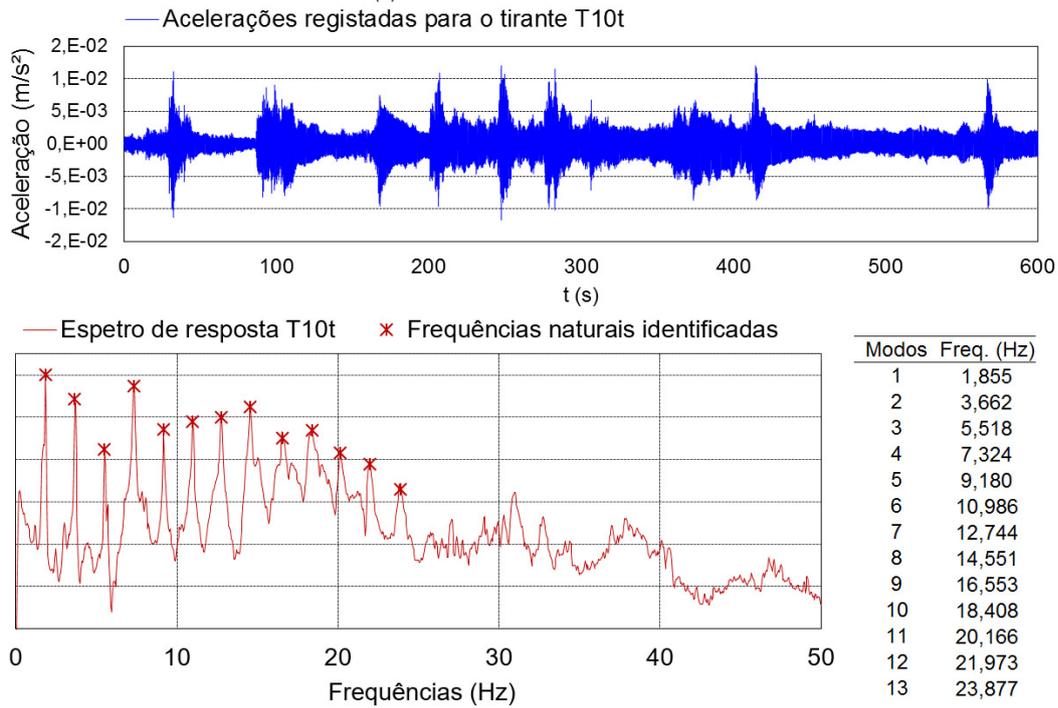


Figura B.14: Sinal registado e identificação modal do tirante T10t

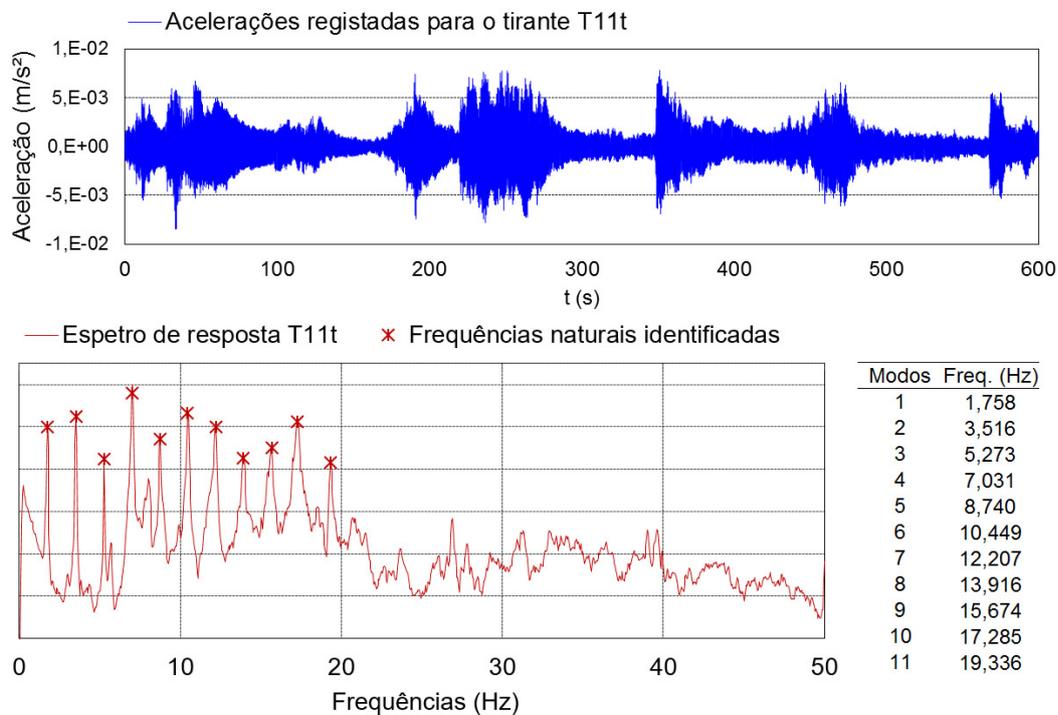


Figura B.15: Sinal registado e identificação modal do tirante T11t

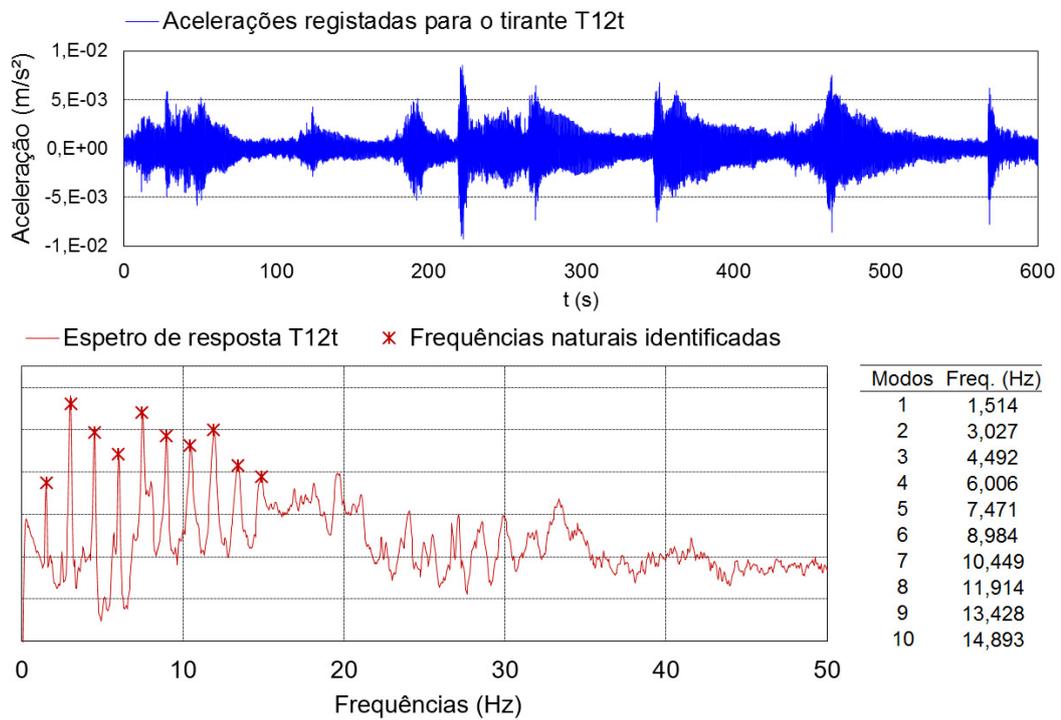


Figura B.16: Sinal registado e identificação modal do tirante T12t

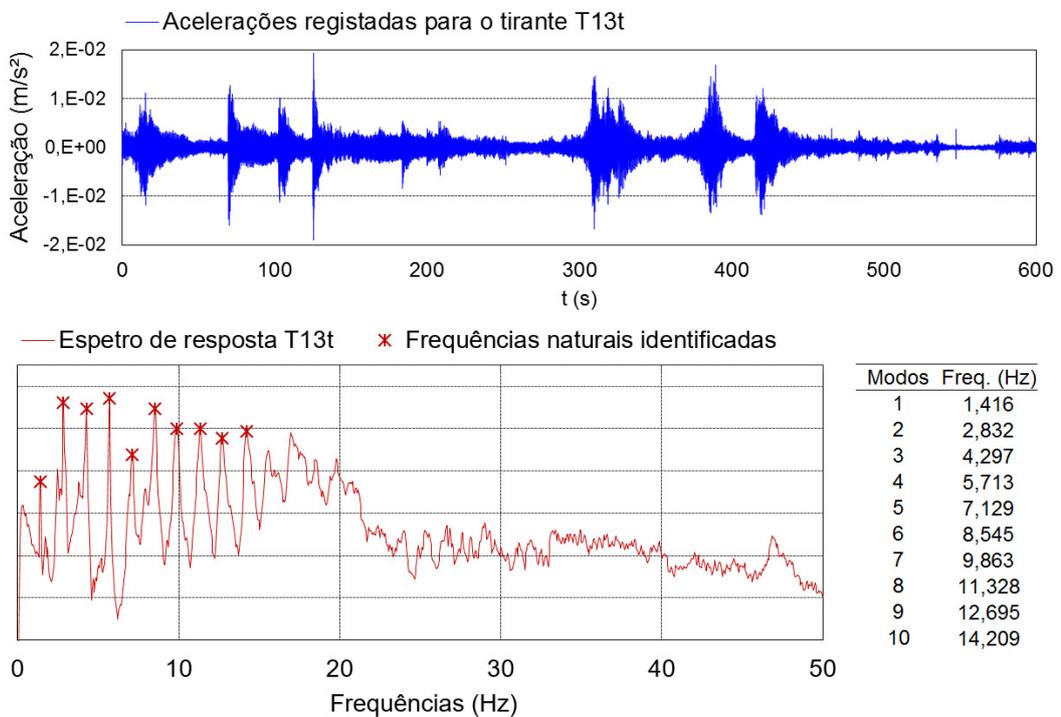


Figura B.17: Sinal registado e identificação modal do tirante T13t

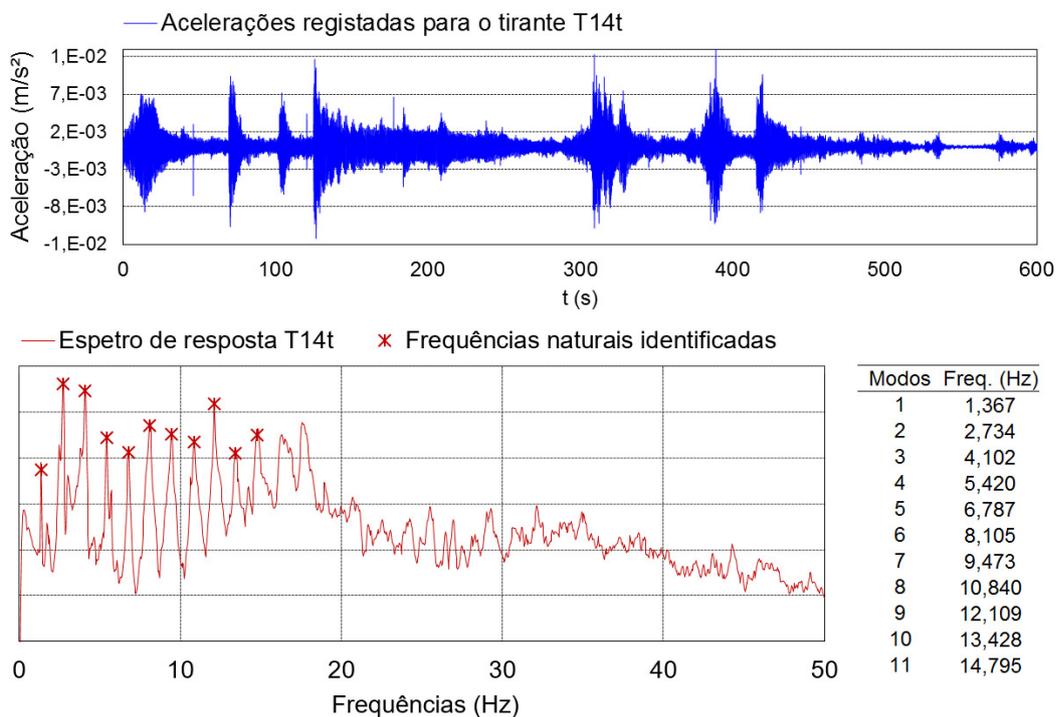


Figura B.18: Sinal registado e identificação modal do tirante T14t

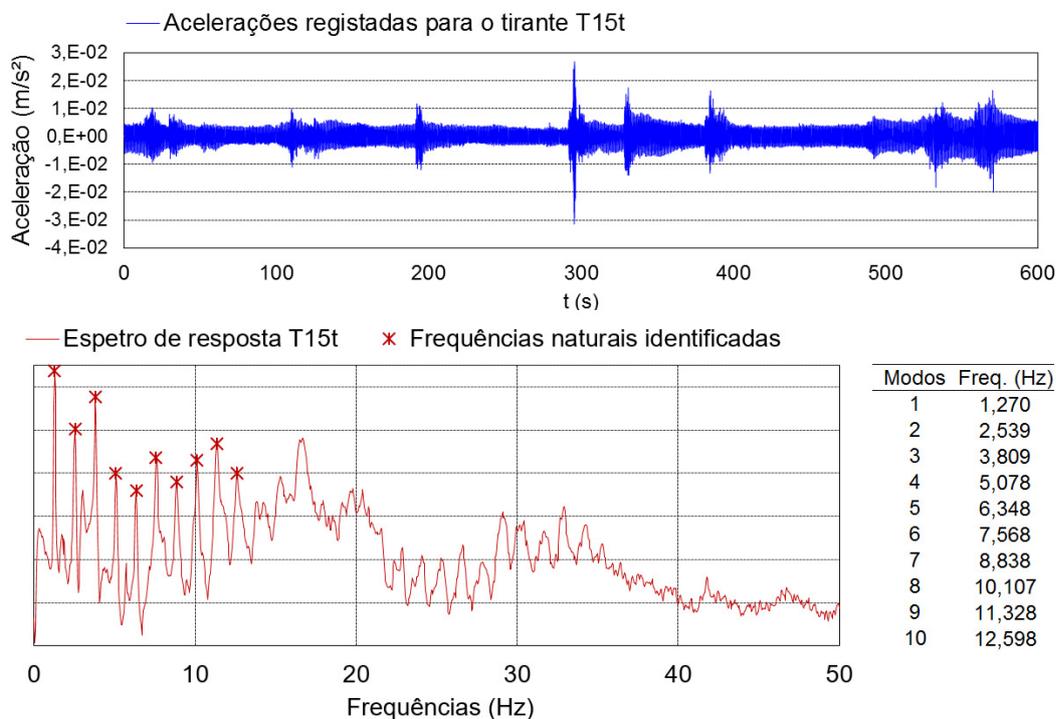


Figura B.19: Sinal registado e identificação modal do tirante T15t

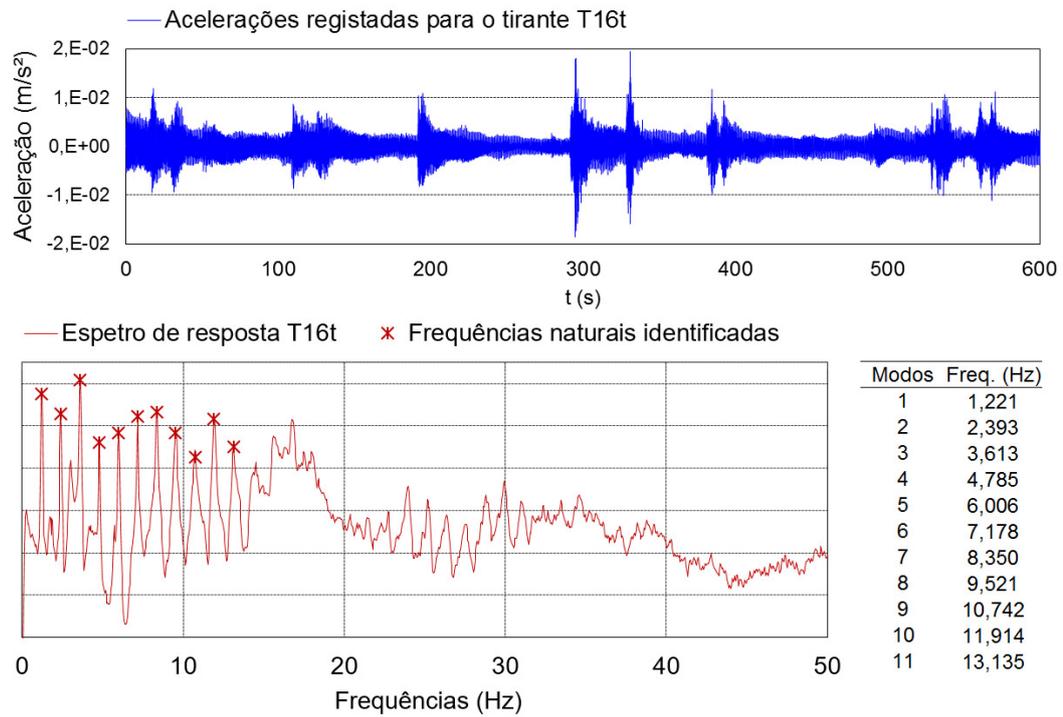


Figura B.20: Sinal registado e identificação modal do tirante T16t

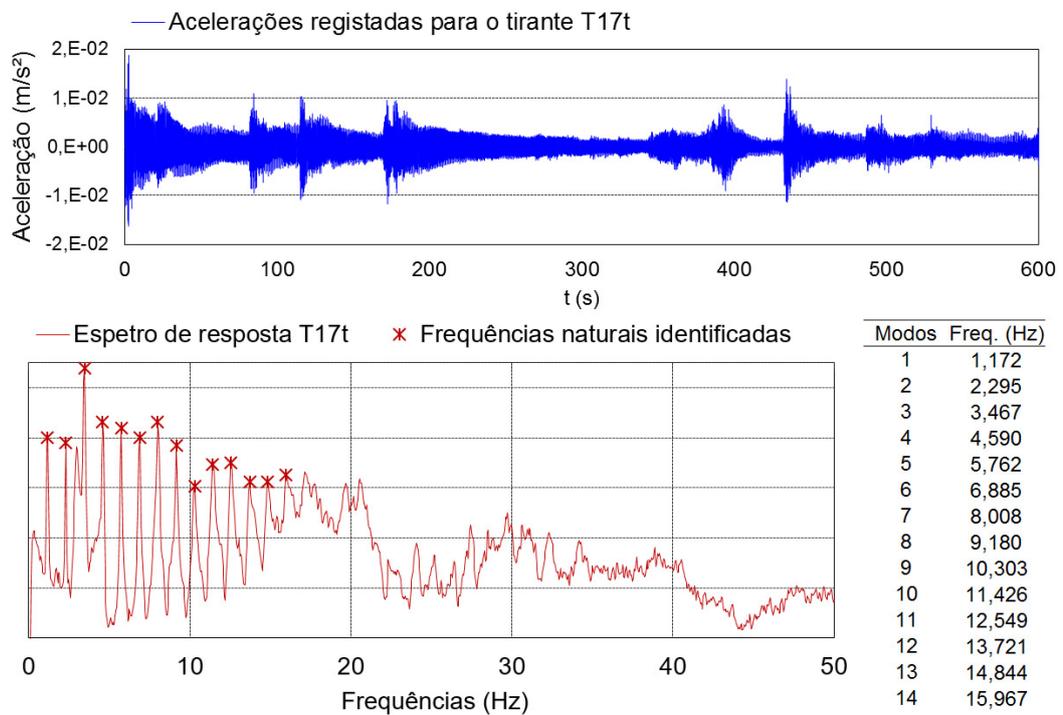


Figura B.21: Sinal registado e identificação modal do tirante T17t

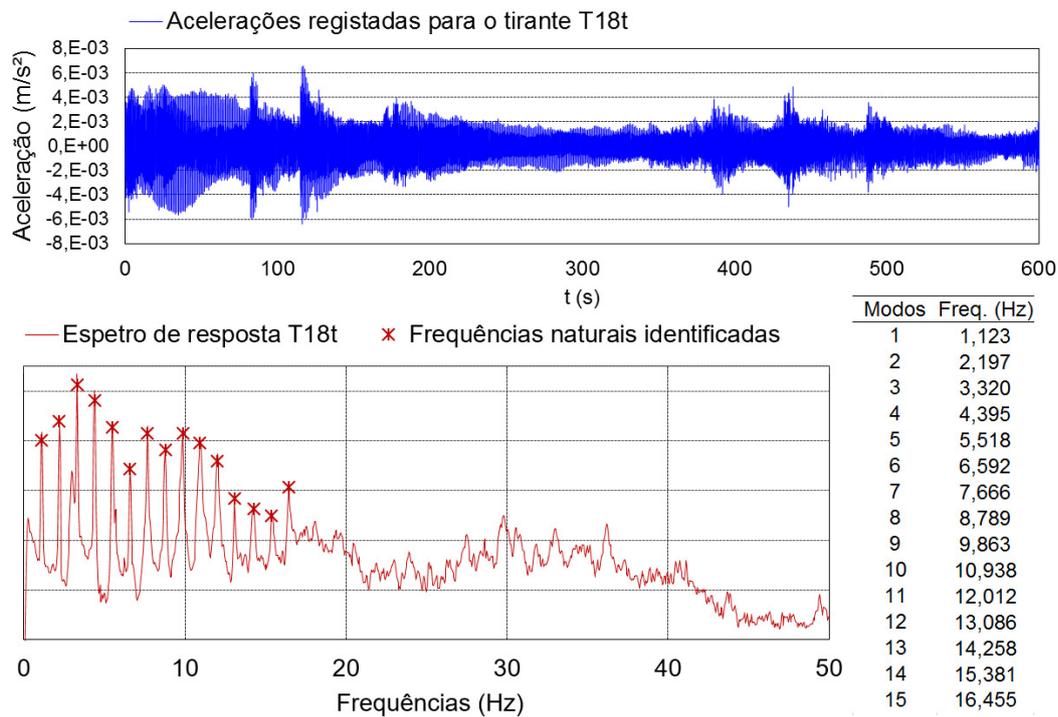


Figura B.22: Sinal registado e identificação modal do tirante T18t

B.2 Retas e Curvas de Ajuste

Os efeitos da rigidez de flexão na determinação da força instalada nos elementos ensaiados pode ser observada graficamente através do desvio entre a curva de ajuste às frequências experimentais determinadas e a reta tangente na origem a essa mesma curva. Desta forma, apresenta-se para cada elemento ensaiado na Ponte Salgueiro Maia os gráficos que auxiliam a verificação da influência de EI na determinação da força instalada através desta metodologia.

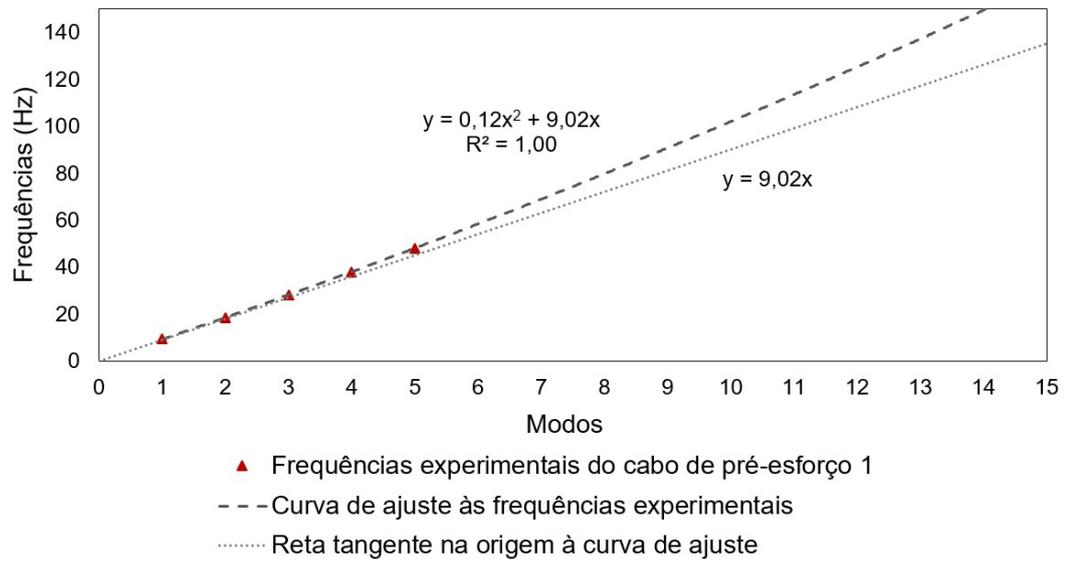


Figura B.23: Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esforço 1

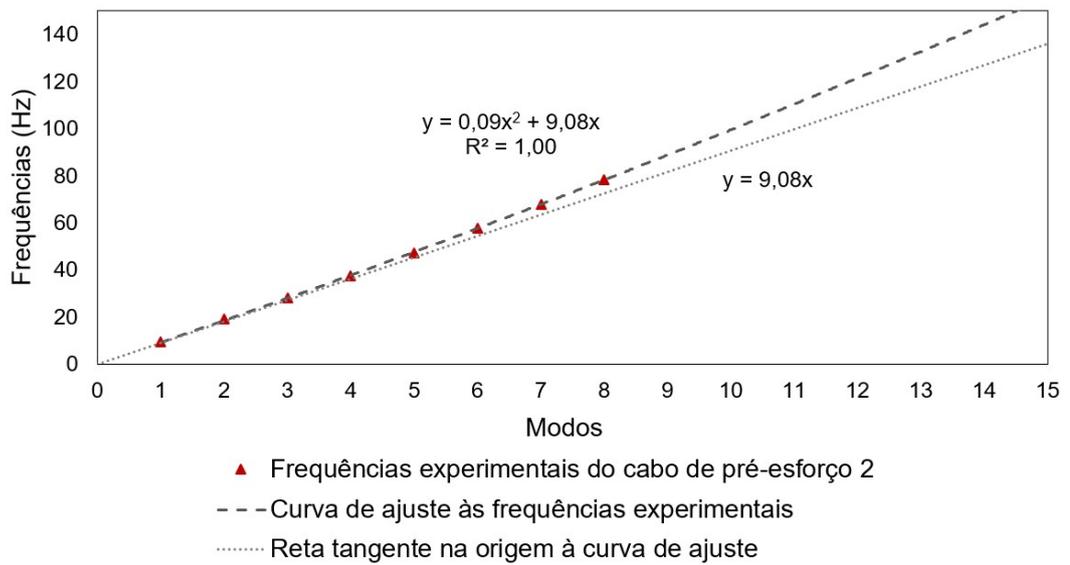


Figura B.24: Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esforço 2

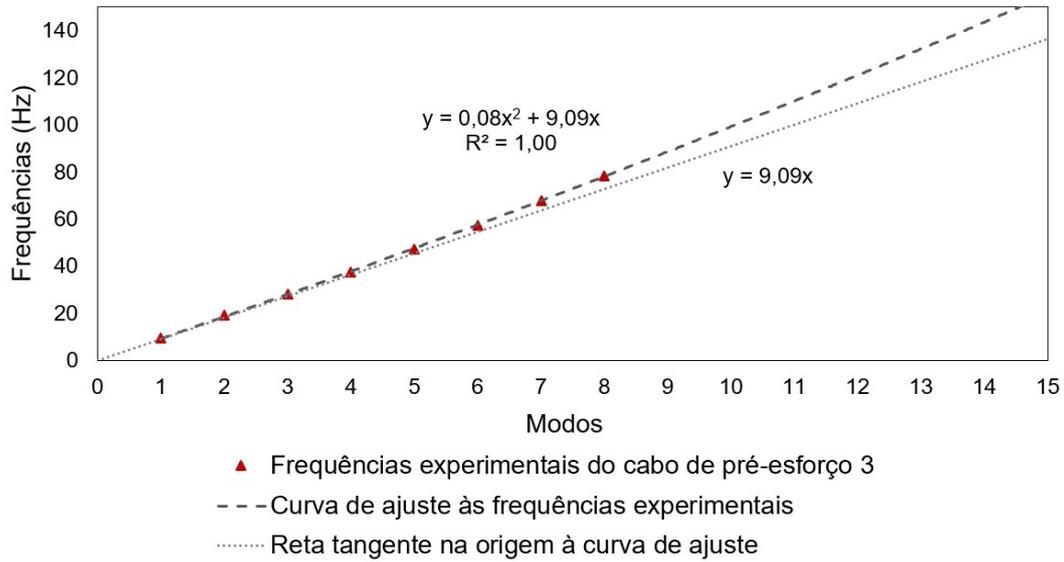


Figura B.25: Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esforço 3

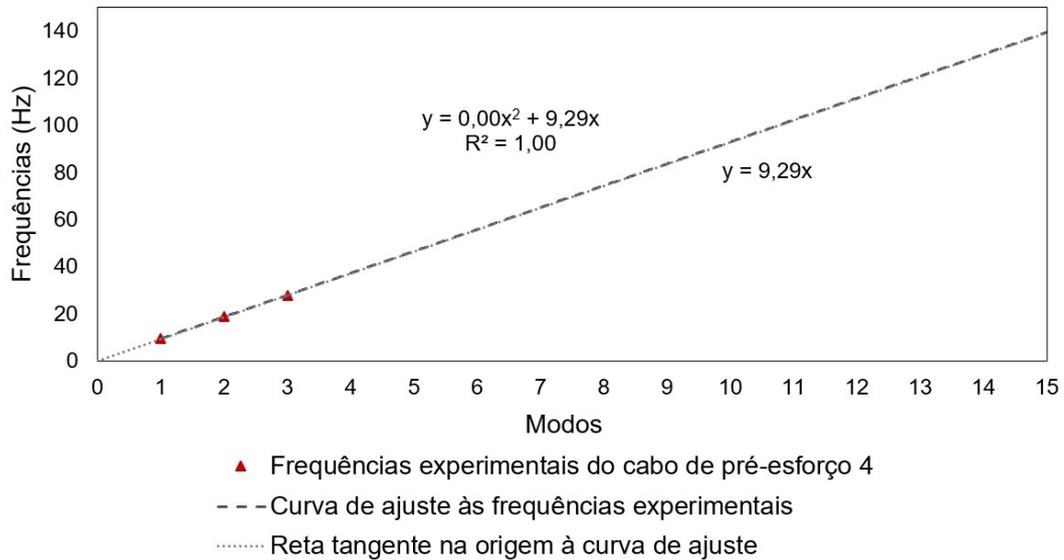


Figura B.26: Ajuste às frequências experimentais para o cabo de pré-esforço 4

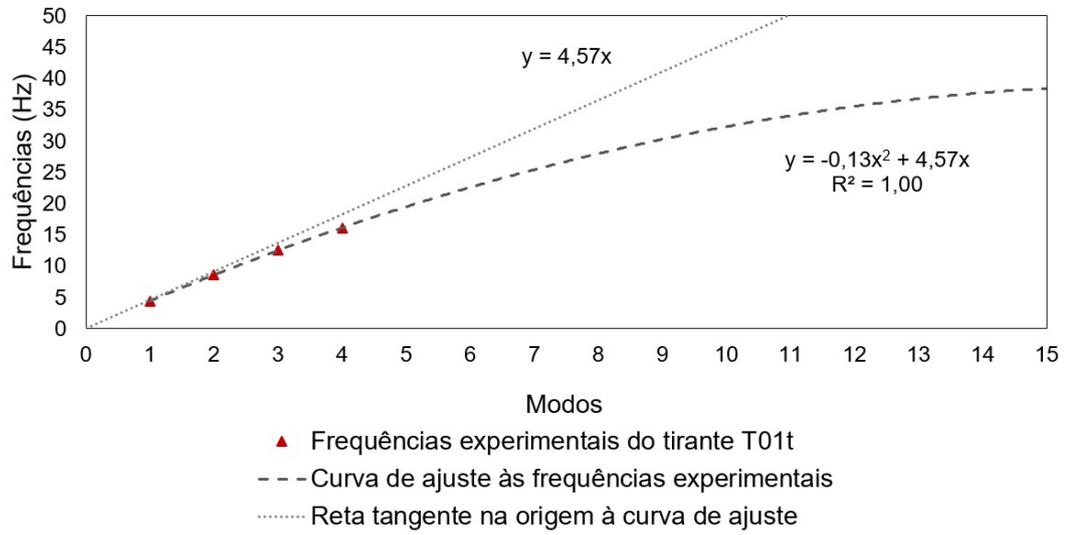


Figura B.27: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T01t

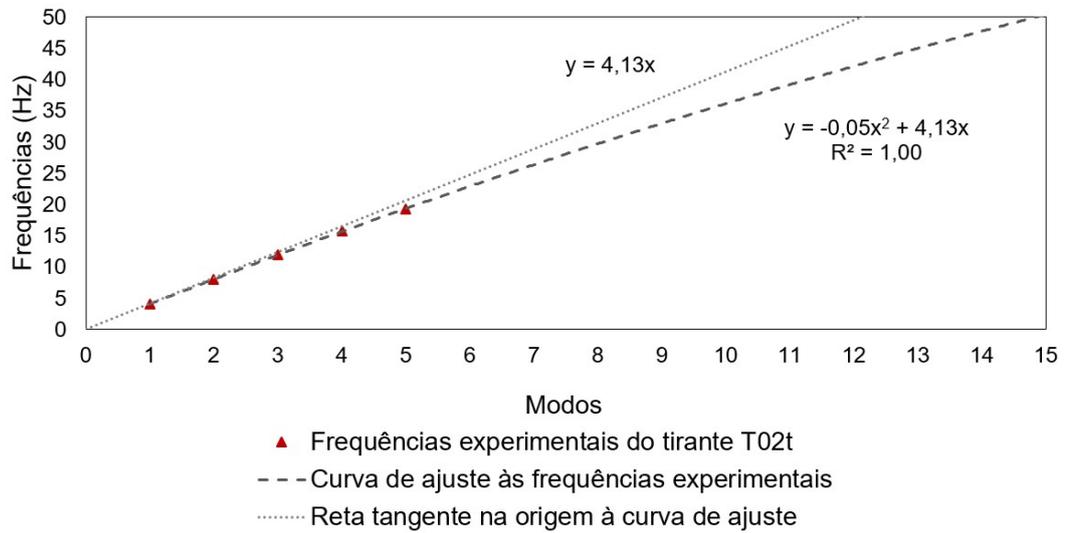


Figura B.28: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T02t

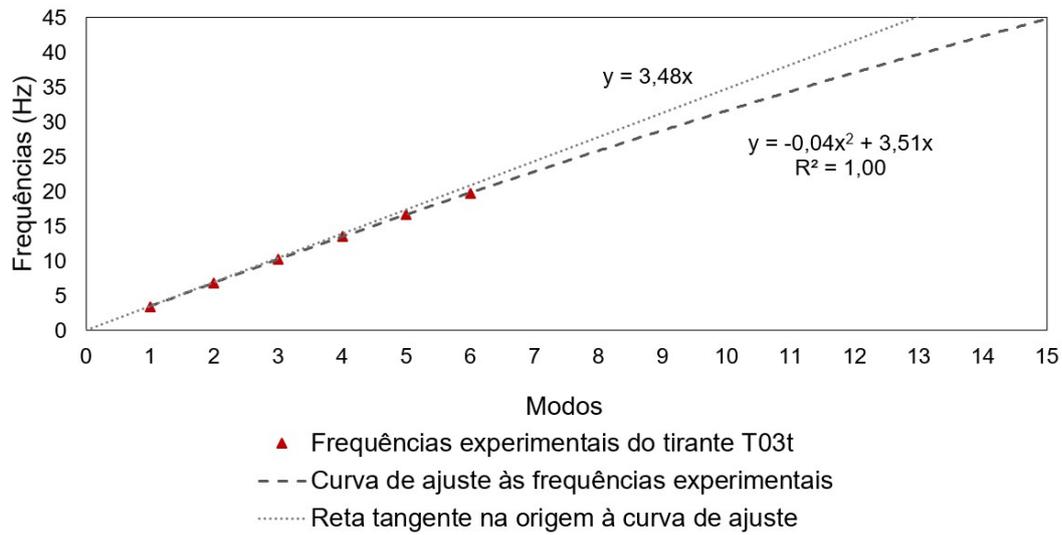


Figura B.29: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T03t

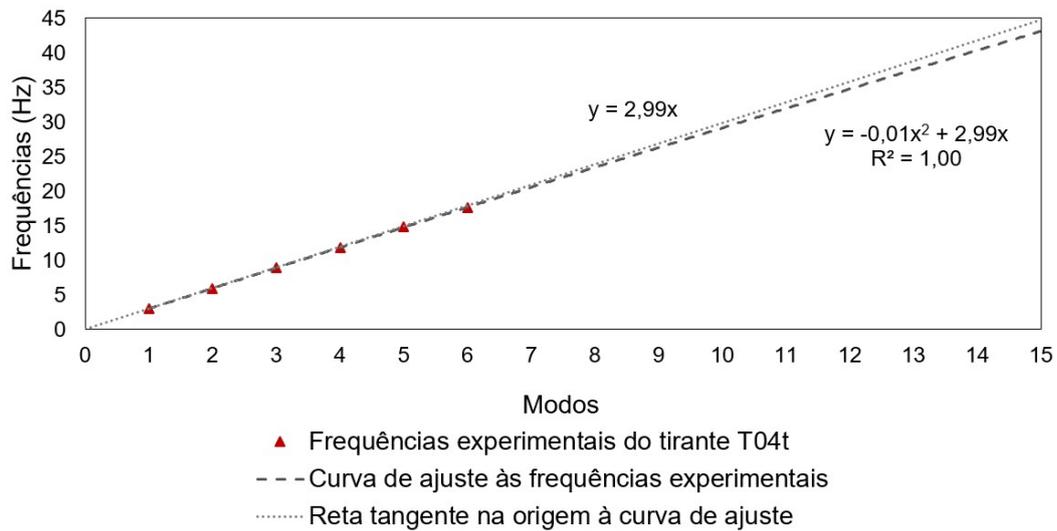


Figura B.30: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T04t

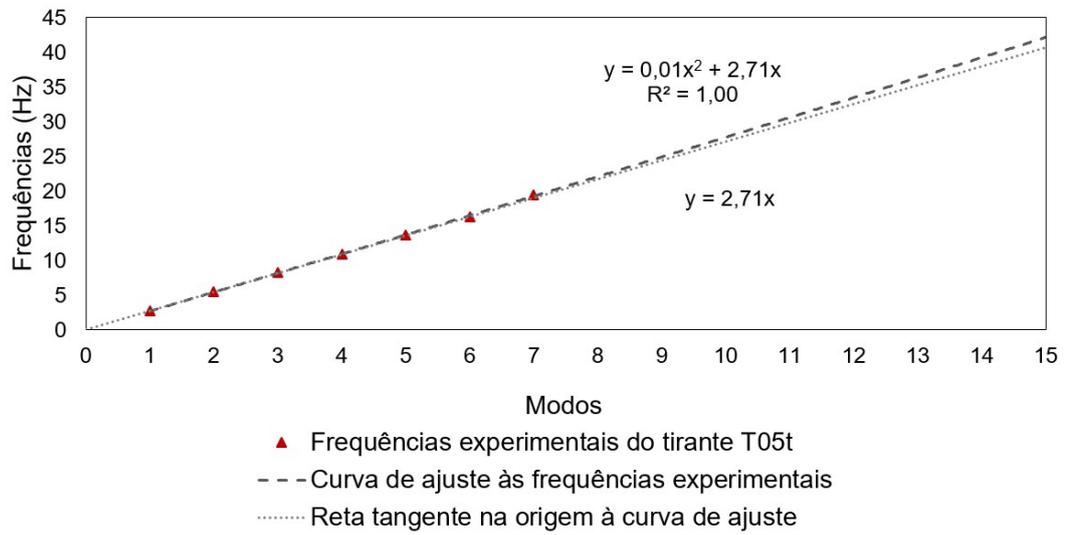


Figura B.31: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T05t

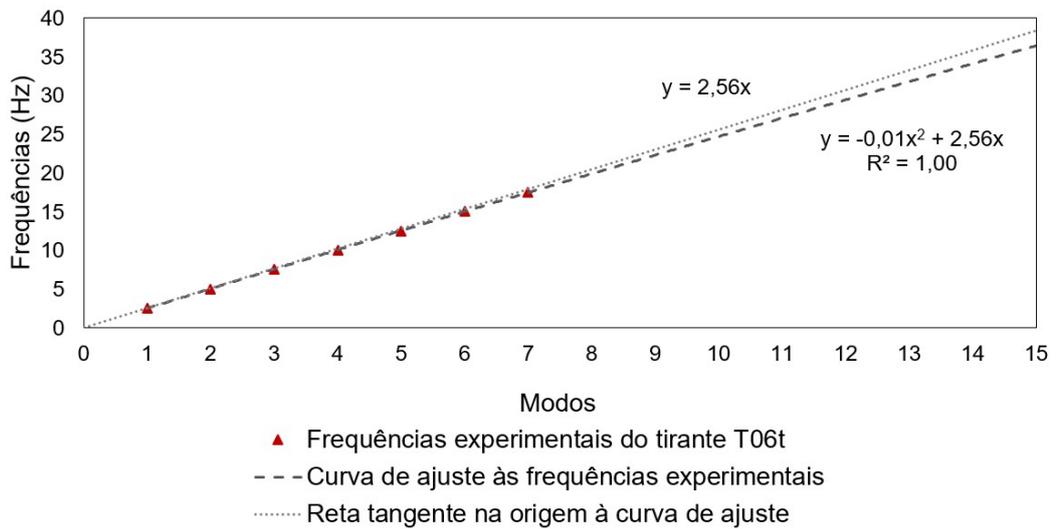


Figura B.32: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T06t

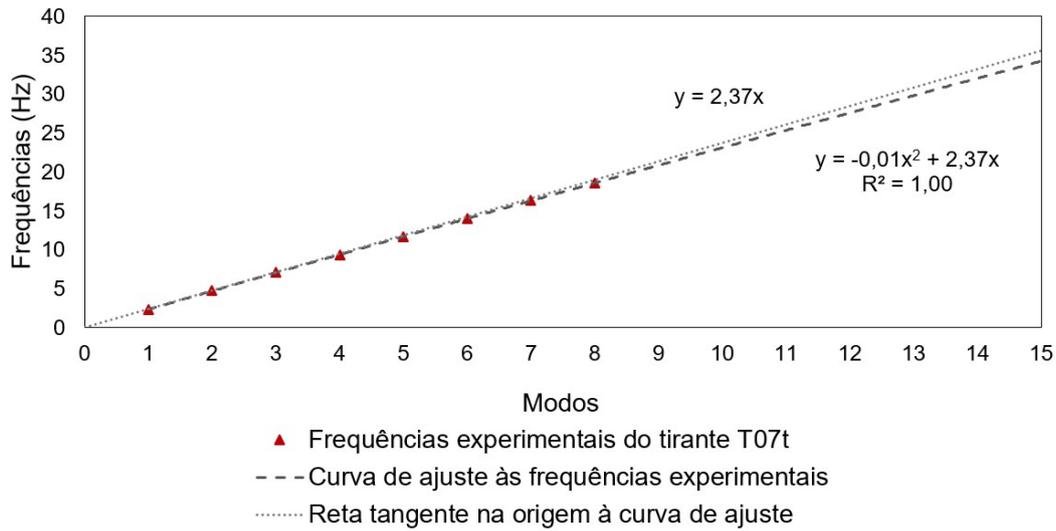


Figura B.33: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T07t

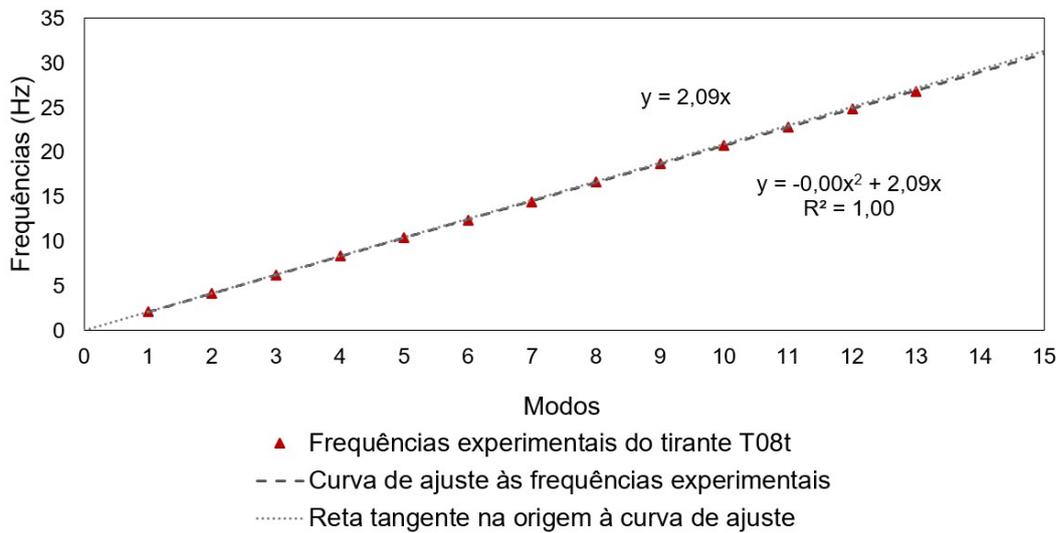


Figura B.34: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T08t

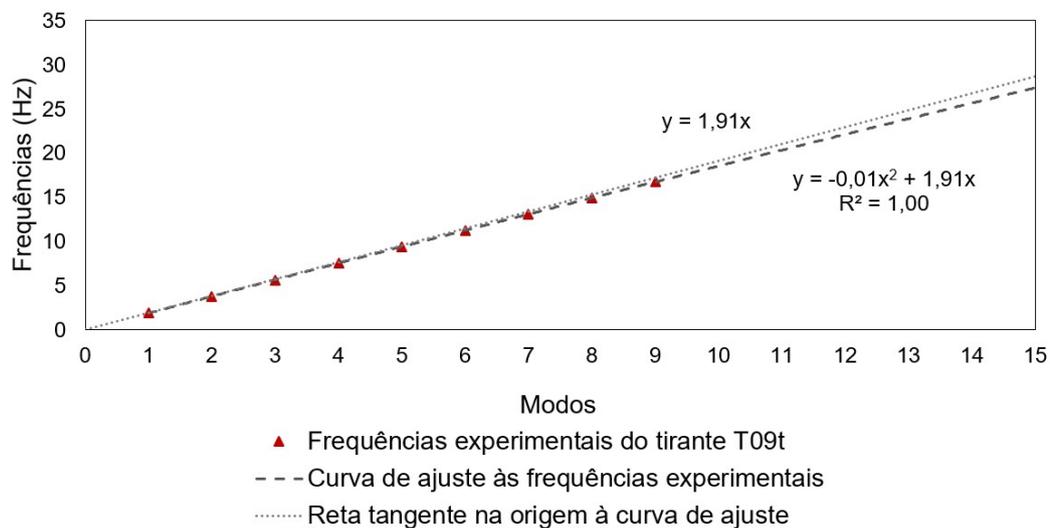


Figura B.35: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T09t

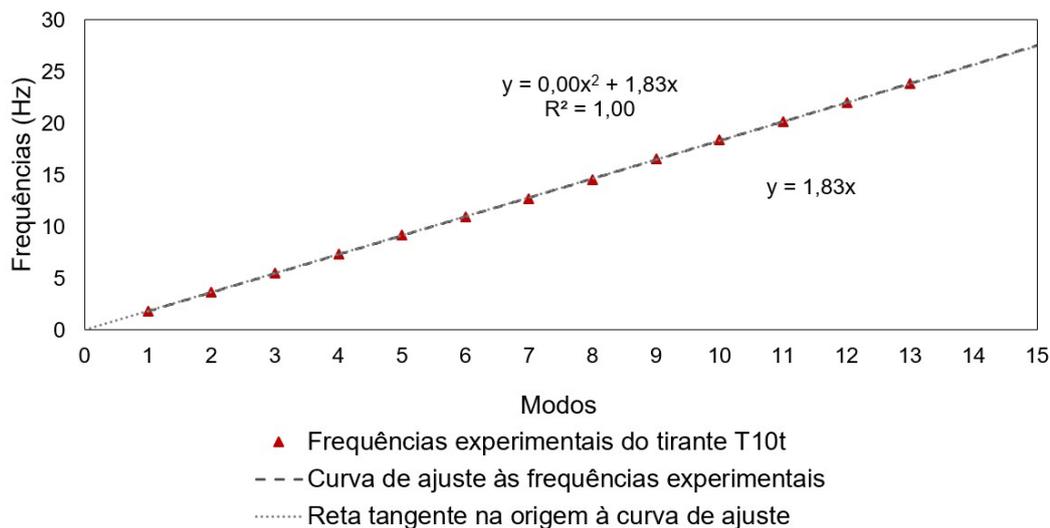


Figura B.36: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T10t

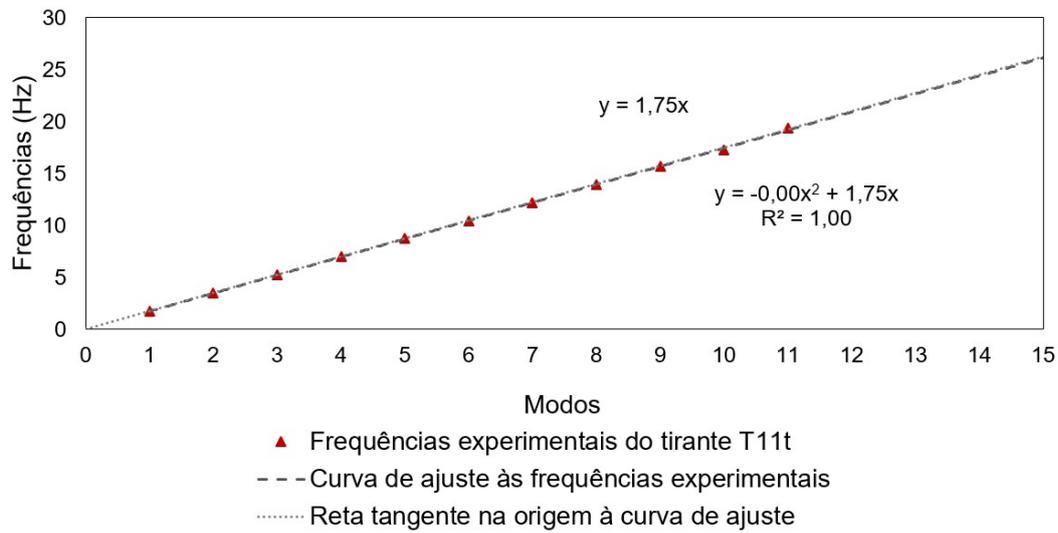


Figura B.37: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T11t

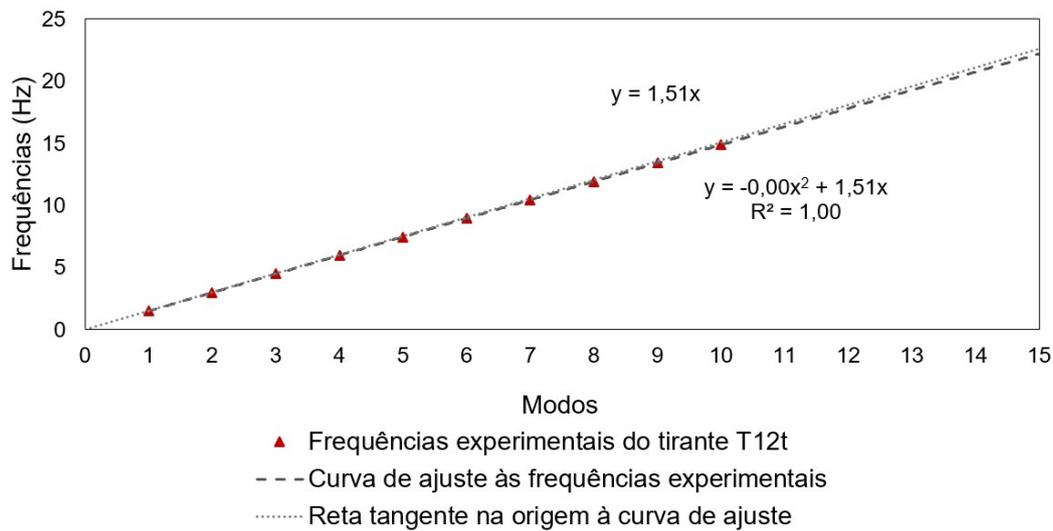


Figura B.38: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T12t

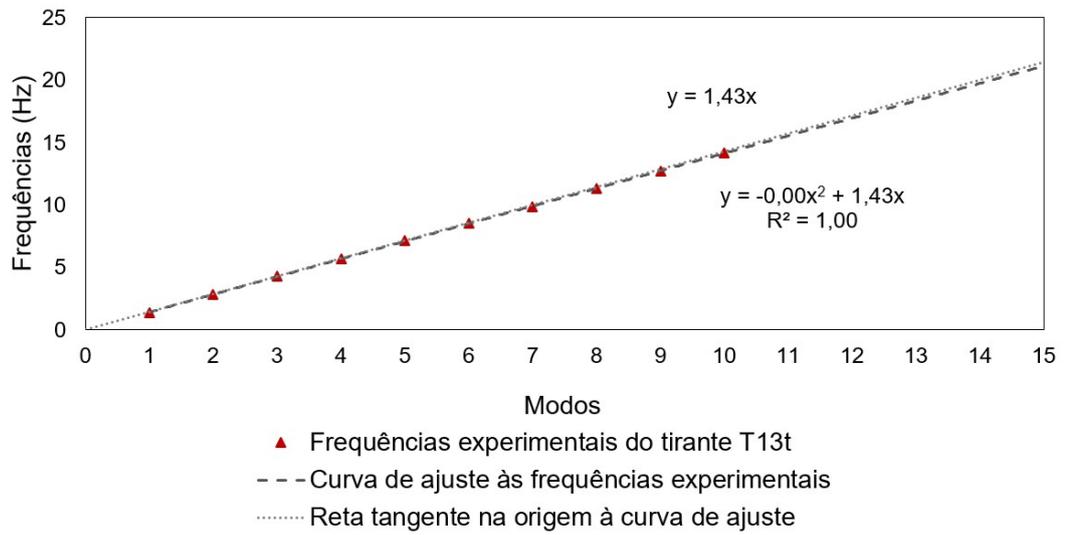


Figura B.39: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T13t

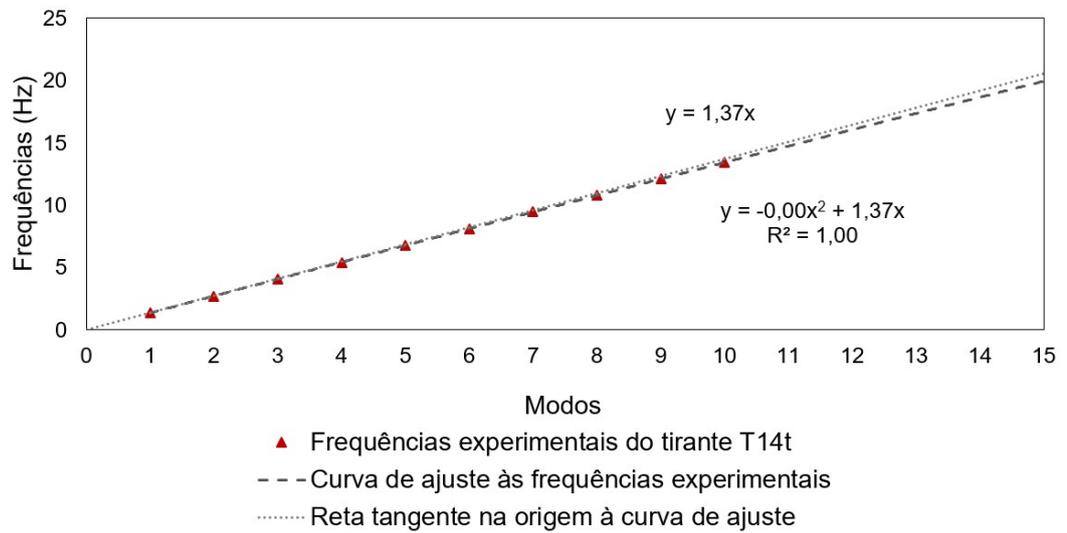


Figura B.40: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T14t

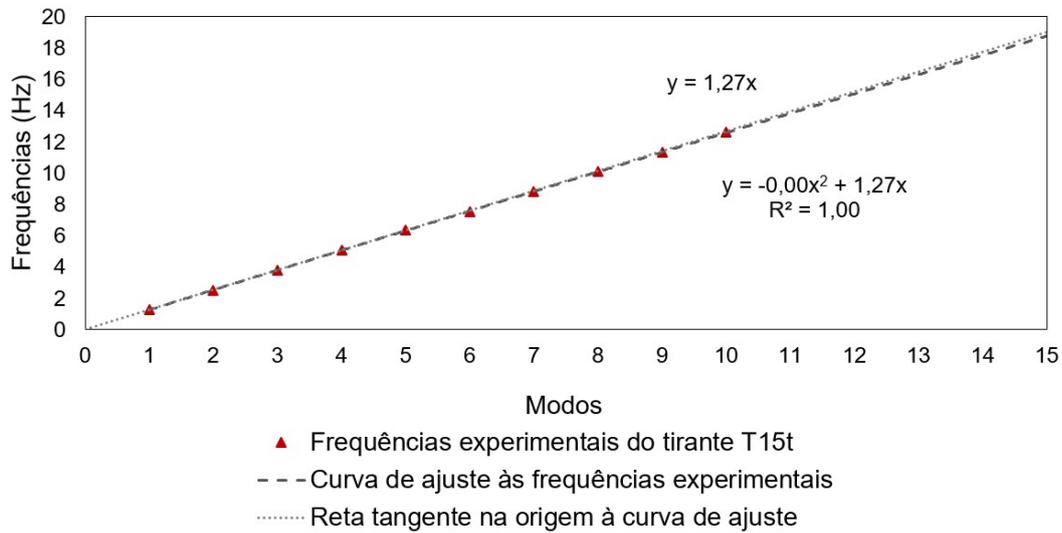


Figura B.41: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T15t

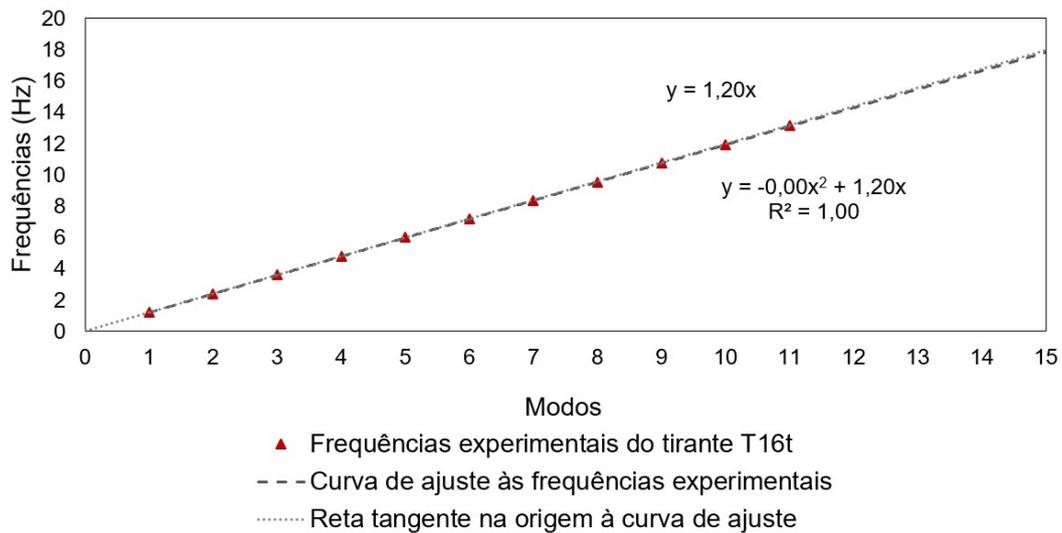


Figura B.42: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T16t

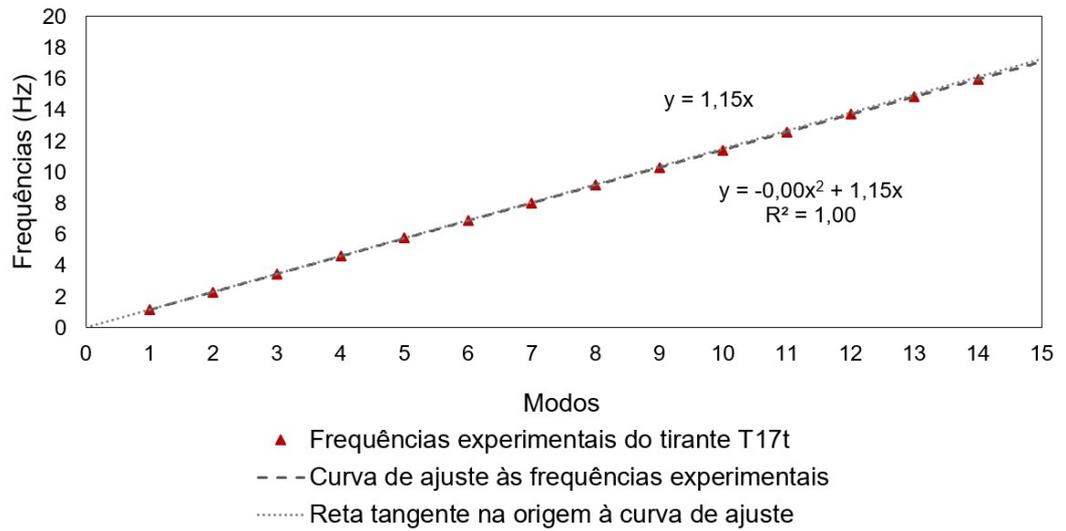


Figura B.43: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T17t

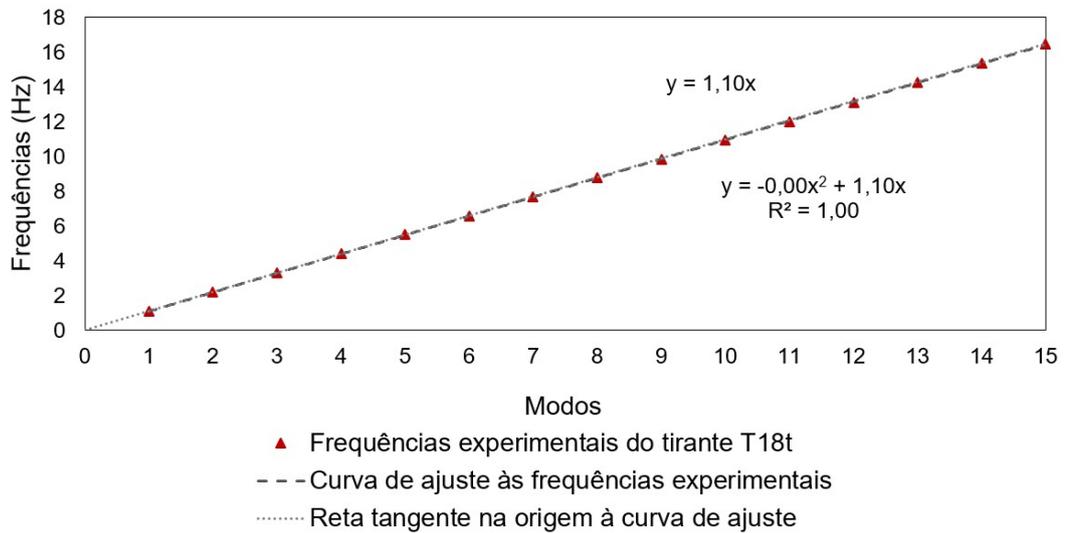


Figura B.44: Ajuste às frequências experimentais para o tirante T18t

Apêndice C

Modelação Numérica

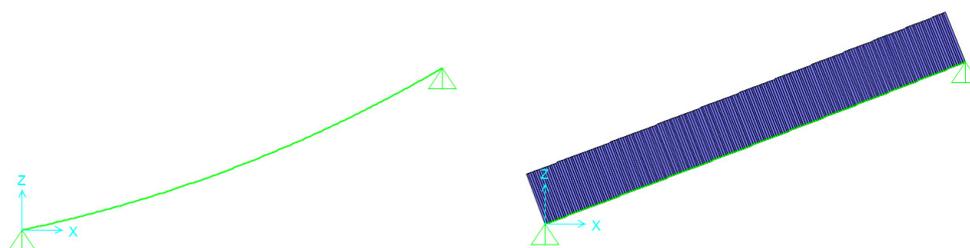
C.1 Modelação Numérica em Elementos Finitos

A modelação numérica em elementos finitos surge como ferramenta de verificação e validação das forças estimadas no ponto 3.6 para os cabos de pré-esforço exterior e tirantes da ponte Salgueiro Maia.

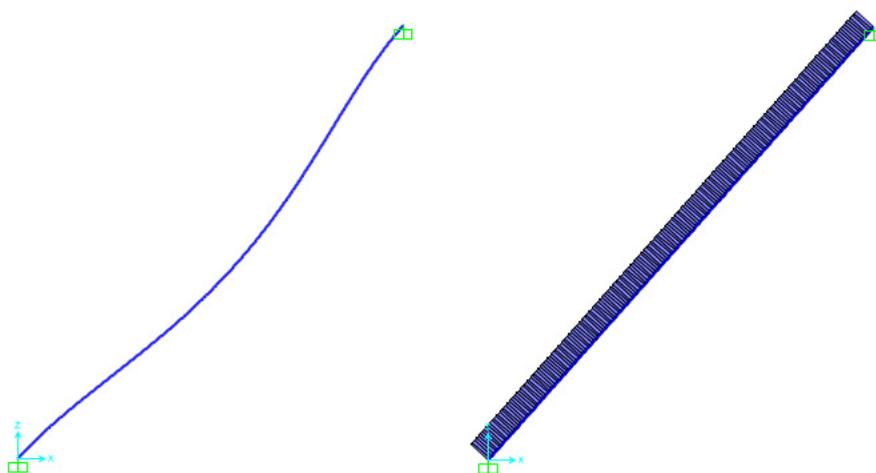
Através dos resultados finais pretende-se fazer a modelação de alguns dos elementos estudados de forma a verificar se as frequências naturais obtidas a partir da modelação numérica coincidem com as frequências determinadas experimentalmente.

A realização da modelação numérica foi concretizada a partir do *software* comercial *SAP2000* [33]. Este *software* permite a modelação dos tirantes e cabos de pré-esforço ensaiados através de elementos finitos do tipo *cable* e elementos finitos do tipo *frame*. Como foi referido anteriormente, o estado de tensão instalado nos cabos influencia a forma do seu traçado. Tal comportamento reflete a não linearidade típica do comportamento destes elementos [17]. A utilização de elementos finitos do tipo *cable* permite modelar e analisar os elementos em estudo considerando o seu comportamento não linear característico. A modelação numérica com recurso a elementos finitos do tipo *frame* surge como meio de incluir os efeitos da rigidez de flexão no comportamento dos cabos. Ao contrário do que acontece nos elementos do tipo *cable*, a definição da secção transversal dos elementos finitos *frame* inclui a definição do momento de inércia da secção que pode ser alterado de forma a reproduzir as condições pretendidas (figura C.1).

De uma forma geral a modelação numérica é iniciada com a definição do material e as características da secção transversal do elemento a modelar. De seguida, o objetivo passa por desenhar o perfil longitudinal do elemento. Para tal devem ser indicadas as coordenadas das suas extremidades. Essas extremidades foram introduzidas como sendo os pontos de coordenadas fixas $(0;0;0)$ e $(L_h;0;L_v)$. À semelhança do cálculo de L_h , o valor de L_v é dado pela média de valores obtidos a partir de L e dos ângulos β e θ que o tirante faz com a horizontal e com a vertical, respetivamente. Após a indicação dos pontos extremos, o traçado da geometria do perfil vai depender do tipo de elemento finito que se está a utilizar. Para o elemento finito do tipo *cable* o programa *SAP2000* permite definir a geometria do perfil a partir dos pontos extremos indicados e da



(a) Modelação do tirante T18t com elementos finitos do tipo *cabre*



(b) Modelação do tirante T02t com elementos finitos do tipo *frame*

Figura C.1: Modelação numérica dos tirantes no SAP2000

definição da força de tração instalada numa das extremidades. A força introduzida resulta das estimativas finais apresentadas no ponto 3.6 e, no caso dos tirantes, será instalada na extremidade inferior do elemento. Se o elemento finito utilizado é do tipo *frame* então o traçado é definido pela reta que une os pontos extremos definidos.

O próximo passo passa pela aplicação das forças atuantes. Para tal é definido um caso de carga que inclua os efeitos do peso próprio do cabo ou do tirante e uma força designada de *target force* [32]. A *target force* é uma carga estática de comportamento não linear que vai sendo aplicada iterativamente ao elemento até o valor da força indicada como *target force* estar instalado. Como a força pode variar ao longo do elemento modelado, para além de ser indicado o valor da *target force* pretendido, deve também ser indicada a localização onde se pretende que essa força esteja instalada. No caso dos tirantes inclinados pretende-se instalar a força na extremidade inferior. A *target force* será também definida de acordo com as estimativas realizadas para N no ponto 3.6. É importante ainda referir que caso a modelação seja realizada através de elementos finitos do tipo *frame*, o caso de carga que inclui tanto os efeitos do peso próprio como a força de tração *target force* deve ser aplicado com a indicação da consideração dos efeitos P-Delta para grandes deslocamentos [31]. A consideração dos efeitos P-Delta para grandes deslocamentos vai permitir a análise não-linear geométrica do elemento finito *frame*. Após a definição do caso de carga, é ainda necessário indicar que a análise modal ao elemento deve ser realizada nas condições resultantes da atuação do peso próprio e da carga não linear *target force*.

Finalmente, os elementos finitos do tipo *cable* são utilizados sempre que não se queira considerar os efeitos da rigidez de flexão na modelação do problema. Quando se pretende modelar os efeitos de EI recorre-se aos elementos finitos do tipo *frame*. No texto principal da dissertação são convenientemente fornecidos os objetivos das modelações realizadas, sendo portanto possível aferir qual o tipo de elemento finito utilizado em cada modelação. As condições de apoio admitidas para a modelação através de elementos finitos do tipo *cable* são condições de apoio fixo. Para a modelação através de elementos finitos do tipo *frame* as condições de apoio foram modeladas através encastramentos, sendo que as diferenças obtidas relativamente à consideração de apoios fixos não são significativas para nenhum cabo ou tirante modelado através deste tipo de elemento finito.

Para todos os casos foi admitindo um refinamento de 200 segmentos na modelação, tendo sido verificado que o aumento do refinamento não resultava em melhores resultados.

As características dos materiais e das secções transversais consideradas na modelação numérica estão em conformidade com as informações fornecidas ao longo do texto.